AP 143

~~1 P/554~~

O funkcji
trójkątnej

I

„Dyamatria" metr
retopiam

Bibl. Jag.

Prof. Stefan Czarnecki
Olsztyn 9

C4

Wacław Wolski

O funkcyi hipotetycznej

jako podstawie

LOGOMETRYI*)

*) Według dwóch odczytów wygłoszonych w czerwcu 1917 w Polskiem Towarzystwie Filozoficznem we Lwowie.

I. Wstęp. O logometryi wogóle.

§1. Logika i matematyka.

Jakkolwiek rozbieżne mogą być i są też zdania co do przedmiotu i wzajemnego stosunku logiki i matematyki, trudno chyba zaprzeczyć, że odwieczny, metodologiczny między naukami temi podział wytyczony był pierwotnie zakresem pojęcia ilości. Wyodrębnienie i przekazanie specyalnej nauce tej jednej, bardzo ogólnej; co prawda, cechy zdawało się tem konieczniej uzasadniać potrzebę drugiej analogicznej dyscypliny, któraby przeciwnie, pomijając z zasady wszelkie ilościowe określenia, przedmiotem badania swego czyniła ogólno-jakościowe między rzeczami relacye. Powszechność atrybutów treści (essentiae τῆς οὐσίας) i bytu (existentiae τοῦ εἶναι) umożliwiała ~~taką ogólną naukę~~ a priori (ogólną taką naukę.x)

Jak każda specyalizacya, tak i ten sztuczny podział jednolitego w rzeczywistości przedmiotu przyniósł nam, obok wielkich niewątpliwie korzyści, także i pewne niebezpieczeństwo. Widzę je nie tyle w osobistych jednostronnościach kierunku- te bowiem sumują się społecznie dając wszechstronną gruntowność- ile raczej w skłonności umysłu ludzkiego do objektywizowania własnych swych systemów i metodologicznych między niemi przegródek. Powstają w ten sposób sztuczne ale niemniej szerokie między naukami (miedze), u których urywają się ważne niekiedy myślowe nawiązania. Wśród starannie, do przesady niemal uprawnych grzęd zdarzają się szerokie szmaty ugoru.

§ 2. Logika matematyczna.

Taki to nieuprawny pas rodzajnej gleby przechował się zdaniem mojem po dziś dzień na pograniczu obu naszych apriorycznych nauk. Odłogiem leży miejsce przeznaczone dla logiki matematycznej.

x) Ob. pracę moją: „O poznaniu a priori" Lwów, Gubrynowicz i Schmidt 1918.

I. Wstęp. O fizyczności myśli.

§1. Logika i matematyka.

Jakkolwiek rozbieżne mogą być i są ze sobą zdania co do przedmiotu i zadziwiającej złożoności logiki i matematyki, trudno chyba zaprzeczyć, że odwiecznym, metodologicznym niejako, mankamentem tych pokrewnych dziedzin pierwotnie zakreślonych pojęciowo ilości. Wszędzie obrabiania i przekazania **szczegółowe** specjalnej nauce tej jedynej, bardzo ogólnej, co prawda, cechy zdaje się tam konieczność uzasadniać potrzebę drugiej nadlogicznej dyscypliny, któraby przeciwnie, pomijając z zasady wszelkie ilościowe określenia, przedmiotem badania swego czyniła ogólno-jakościowe między rzeczami relacje. Przeciwnie odrębność treści (essentia, [illegible]) i bytu (existentia [illegible]) uwzględnia tak logika, jak i nauka a priori.

Jak rzecz specyfikuje, tak i ten sztuczny podział jednolitego z rzeczywistości przedmiotu przyjęty nam, obok wielkich [illegible] niewątpliwie korzyści, także i pewne niebezpieczeństwo. Jeżeli się nie tylko w zasadzie jednostronność [illegible] zaterukn- te dowiem sumy, się spotkamy dwie rzeczywistości gruntowność- ile rzecz w całkowitości umysłu ludzkiego do objętości zgodnej wiązanych sąsiednich systemów i metodologicznych niejako przeszkód. Powstaje w ten sposób sztuczne ale niemniej głębokie między nauką przyrodniczą, w której wynosi się można niekiedy myślowe rozwiązania. Nawet stosunek do przesady niemal wzdłużnych przed zdarzeń się szczególnie samej wojny.

§2. Logika matematyczna.

Tak to nieporozumienie, rzec można, dwa rodzajnej głębokości się zdarzeń mojem do dziś dzień na podstawie obu rozsądek aprioryczności nauk. Na ogół lecz miejsce przeznaczone dla logiki matematycznej.

Znaczenie słowa tego wydaje mi się zupełnie jasnem. Jeżeli przez „matematyczną fizykę", „matematyczną astronomię" itp. rozumiemy ścisłe nauk tych odmiany t.zn. te, które obok jakościowej uwzględniają też i ilościową stronę badanych przez siebie zjawisk, tedy słowo „ matematyczna logika" nie może z natury rzeczy nic innego oznaczać jak tylko naukę czyniącą w ogólnym swym, formalnym zakresie to samo, co tamte nauki a swych specyalnych czynią zakresach, t.zn. naukę, któraby uwzględniając obok jakościowej także i ilościową stronę owych ogólnych atrybutów, (w szczególności bytu), ustanawiała a priori dla wszystkich specyalnych wypadków pewne ogólno- relacyonalne prawa i wzory.

§ 3. Logistyka.

Nie daje nam syntezy takiej ani tradycyjna, znakiem słowa posługująca się nauka poprawnego rozumowania ani też, śmiem twierdzić, nowoczesna, algebraiczna jej odmiana. Elle ignore la distinction des dégrés, stwierdza słusznie Couturat[x)] sprowadzając tem samem „logikę symboliczną" do znaczenia wielkiej ale formalnej tylko innowacyi. Wzorowana, mimo wszystkie zewnętrzne różnice, na klasycznej, dysjunktywnej ideologii, logistyka nowoczesna przyznaje treściom albo pełny byt albo pełny nie-byt, wykluczając w ten sposób całą, ogromną w rzeczywisto.ści dziedzinę pośrednich stopni prawdopodobieństwa czyli, ogólniej mówiąc, stopni bytu, dla których logika klasyczna w pojęciu „niektórości" i „niekiedości" ogólnikowe przynajmniej posiadała określenia. Dobrowolne to ograniczenie musiało z natury rzeczy odebrać opartemu na niem schematowi ciągłość, którą posiada świat rzeczywisty a wraz z ciągłością i zdolność do ujęcia ogólnych między- zjawiskowych relacyi w jeden jednolity system myślowy.[xx)]

x) Couturat: „L'algèbre de la logique"

xx) Ob. prace moja: „O podstawach myślowych logistyki". Lwów, Gubrynowicz i Schmidt 1918

Znaczenie tego słowa tego wydaje mi się szczególnie jasnem dzięki przez „matematyczną fizykę", „matematyczną astronomię" itp. Rozumiemy ściśle rzecz tych ostatnich t.zn. też, które obok jakościowej wnioskodawczej też i jak ilościowy stroną bardzo przez ścisłe zjawisk, tedy zbioro „ matematyczna logika nie może z natury rzeczy nic innego oznaczać jak tylko rzecz czysto w ogólnym sensie. Formułym zastrzeżeniem to zmo, co tamte rzeczy z swych specyficznych cechy zakreśród, rzecz ten, którzy wszystko jest obok jakościowej także i ilościowy stroną wszych ogólnych atrybutów. (w szczególności też bytu), ustanowienia z przyczyn dla wszystkich specyficznych rzeczy ogólno- realnych przez i rzeczy.

3. Logistyka.

Nie dziś rzecz szczególny także i nowy trzeczyna, zwrócił słowo przyczynę się rzecz poprzednego rozumowania nad też, jakim interesie, rozpoczęcia algebraiczna jej odmiana. Nie ignoro la distinction des degrés, stwierdza przeszła Couturat [x] sprzeczność tym sensem „logika symboliczna" do znaczenia wielkiej dla formalnej tylko innowacji. Rzeczywiście, mimo matematyczne szczególne różnice, na klasyczne, dzisiaj tymczasem ideologii, logistyka rozpoczęcia przyczyna zastrzeżenia albo pewny był albo pewny się-był, wykluczając w ten sposób cała, oprócz w rzeczywisto.ści dziedzina poszczególnych stopni przedpodobieństwa czyli opolnie możliwe, stopni bytu, dla których logika klasyczna w pojęciu „rzeczywiste" i „rzeczywiste" ogólnikowe przyczynowej pozycji określenia. Dowolne to oczywiście muszą o rzeczy rzeczy odbiorcę opartem na rzecz szczególnej ciągłość. Który pozycji świat rzeczywistym o rzecz z ciągłością i zdolność do wszystkich ogólnych między- zjawiskowych relacji w jeden jednolity system [xx] logicznym.

x) Couturat : „ Principes de la logique "

xx) Ch. Perry mówi : „ Multiformal logistical logistics " Sens Performance systemu? czy

§ 4. Nomografia.

Znacznie ogólniej ujmuję sprawę owe „nomograficzne" metody, za pomocą których nowoczesne nauki doświadczalne starają się ustalać a posteriori, na podstawie statystycznych dat, istnienie, rodzaj i ścisłość zachodzących między zjawiskami związków czyli „korrelacyi". Formuły Galtona, Pearsona, Youle'a należą już bezsprzecznie do zakresu „logiki matematycznej", która też niewątpliwie prędzej czy później na tem myślowem rozwinęłaby się podłożu. Na razie są to luźne jedynie fragmenty nie zorjentowane wobec całokształtu formalnej naszej wiedzy, nieświadome, rzekłbyś, własnej swej epistemologicznej doniosłości. Brak tu jeszcze wspólnej dedukcyjnej podstawy t.zn. ogólnego jakiegoś wzoru zależności, któryby pozwolił nam ująć w jeden jednolity a ścisły system wszystkie „logiczne" (t.zn. ogólne) związki między zjawiskami związki i stosunki.

§ 5. Funkcya hipotetyczna.

Czy formuła taka jest możliwą? Sądzę że tak i że ją znalazłem. Ona to, ta „funkcya hipotetyczna" tworzy wspóny jakoby i jednolity kręgosłup nowej, jakościowo- ilościowej logiki, którą pozwoliłem sobie nazwać „logometryą" a z której nietylko cała klasyczna i algebraiczna logika drogą prostych podstawień jako specyalne wywodzą się wypadki, ale nadto i wiele innych, ogólniejszych znacznie prawd, które z natury rzeczy w ciasnych ramach dysjunkcyi: „tak - nie" pomieścić się nie mogły. A nie braknie też i całego szeregu tradycyjnych, niewzruszonych rzekomo praw i reguł, o których przekonamy się, że ważność ich nie w przedmiocie samaym ma swe uzasadnienie ale w jednostronnym,

topologicznym niejako sposobie ujmowania rzeczy, z którego zmianą też upada.

~~Jiegkość hipotetycznej funkcji etc.etc.~~

szej logiki. Na razie są to luźne jeszcze fragmenty, nie wcielone w całokształt formalnej naszej wiedzy, niefizyczne, przez próżnię, własnej swej odrębności i braków teoretycznych nacięć. Brak tu jeszcze syntezy, brak wspólnej dedukcyjnej podstawy, ogólnego szeru zależności, któryby pozwalał nam ująć wszystkie związki i stosunki logiczne w jeden jednolity system ogólny.

§ 7. Logometrya.

Czy wzór taki istnieje? Sądzę, że tak i że go znalazłem. On to właśnie tworzy je zwarty na wskróś krągosiąg owej, logiczno - matematycznej mapki, którą pozwoliłem sobie nazwać „logometrya" a z której klasyczna zarówno jak algebraiczna logika drogą prostych zestawień, jako specyalne wyodrębniają się wyjątki.

Wróćmy raz jeszcze jeszcze tu, do tej podstawowej „ kinematycznej funkcyi " jest funkcyą ciągłą, nie przeciwnie - gdyż powiedziałem, o ile zrozumiałem - mimowolnie wyraziło w matematycznych formułach ograniczeń, jakie nałożyliśmy sobie sami zwiększając naszą ogólną niby - mapki wyłania się dziś tylko, wyraźnych wyjątków: pełnej nieciągłości i pełnej ciągłości. Tradycyjna nasza logika jest, w tak ujęciu, szczególną częścią rogów, w najlepszym razie czterech kątów „ idealnego zwierciadła", (§ 15) podczas gdy cała jego, najdokładniejsze właśnie wyjątkowe dla klasycznej zarówno jak logistyków ciemnota jakoś, że widzi tylko cały szereg przeczytania płaszczyzny. Odbywa nas je szybko i wyjaśnia logometrya ujmując na samą i wiążąc w jednolity hebdomadyczny system całokształt zjawisk logicznych.

Charakterystyką „funkcyi hipotetycznej" jest, jak zobaczymy, jej ciągłość, zjawiska, o ile wiem, przez matematyków dotąd nie badane i dlatego też mało w sobie ciekawe. Czy i o ile uproszczenie funkcyi tej do rzędu

pełnej

jednolitej

[illegible] korzyści, się [illegible] w tej chwili [illegible]. Rzeczywistą natomiast wynika ni się korzyść dla wszystkich [illegible] dziedzinę nauki i korzystających, która w tej [illegible] wobec w rodzinie nauk [illegible] należne jej, przestrzeń zajmuje stanowisko. Dla filozofii - [illegible] ważnem wynika ni się poznanie, że najogólniejsza, jak [illegible] liczby [illegible], pojęcie „funkcyi [illegible]" [illegible] się szczególnym tylko (jednostkowym) wypadkiem ogólniejszej [illegible], [illegible] „funkcyi [illegible]". W ten to sposób [illegible], na najogólniejszem z praw, „zasadzie rozgraniczenia" [illegible] geometryi to, co [illegible] pojęcie [illegible] dla [illegible] rozszerzonego rachunku tj. stanowisko pierwotne i [illegible] dla [illegible] nauk.

W pracy niniejszej, i tak [illegible], [illegible] [illegible] geometryi „płaskiej" czyli „liniowej" t. zn. takiej, która [illegible] się [illegible] [illegible] [illegible], [illegible] [illegible], [illegible] [illegible] [illegible] [illegible].

III. Związek hipotetyczny.

§ 8. Stosunki i związki

Zjawiska mogą być od siebie niezależne albo zależne. W tym ostatnim wypadku zależność ta czyli „relacya" dwojaka znów może posiadać formę: stosunku albo związku stosownie do tego, czy ujawnia się ona wpływem jednej treści na drugą czy też wpływem bytu lub niebytu jednego (pod względem treści ściśle określonego) zjawiska na byt lub niebyt drugiego. Rozumie się, że w rzeczywistości rozgraniczenie to rzadko w tak ostrej występuje postaci. I tak np. przyczynowość zwykła objawiać się nietylko tem, że byt przyczyny wpływa na byt skutku, ale także i tem, że zmieniając stopniowo treść (m. i. ilość) przyczyny zmieniamy też i treść (ilość) skutku. Teorya logiczna wszakże wymaga ostrego między obiema temi relacyami rozgraniczenia.x) Jak wykażę w dalszym ciągu (ob. rozdział IV), „związek" jest ogólniejszą formą zależności, do której wszystkie logiczne „stosunki", ~~jak specyalne jej wypadki~~ drogą pewnych specyalnych podstawień, sprowadzają się ~~zaja~~.

§ 9. Związek hipotetyczny.

Jeżeli wartości bytowe (stopnie bytu, prawdopodobieństwa) dwóch lub kilku zjawisk nawzajem od siebie zależą, to mamy przed sobą „związek hipotetyczny" czyli „korrelacyę".xx)

Pojęcie „zależności bytowej" implikuje wprawdzie pojęcie bytu ale nie da się doń sprowadzić. Jestto po-

---

x/ W piśmiennictwie dotychczasowem rozróżnienie to nie jest ściśle przestrzeganem dla wielu nie znanem wcale, wskutek czego też i nazwy „stosunku" i „związku" nie posiadają tak ściśle jak u nas określonego znaczenia.

xx) Rozpowszechnionego w naszem piśmiennictwie słowa "współzależność" nie używam, aby uniknąć możliwej w tym wypadku dwuznaczności.

jęcie pierwotne, nie potrzebujące ani nie znoszące definicyi. Hipotetyczne połączenie zdań: „jeśli - to" zrozumiałem jest dla nas bezpośrednio. -

Ilościowym wyrazem związku hipotetycznego jest t.zw. „funkcya hipotetyczna", której ogólnym wywodem zajmuje się rozdział niniejszy.

§10. Kryteryum związku.

Bierzemy pod uwagę dwa zjawiska A i B i nazywamy absolutne ich prawdopodobieństwa α i β. Symbolicznie:

$$\pi(A) = \alpha$$
$$\pi(B) = \beta$$

Wedle znanych zasad probabilnego rachunku prawdopodobieństwo, że zaistnieją oba zjawiska równa się iloczynowi obu poszczególnych prawdopodobieństw.

$$\pi(A \text{ i } B) = \alpha\beta$$

Relacyę tę możemy przedstawić sobie obrazowo (Fig. 1) za pomocą dwóch kół A i B częściowo na siebie zachodzących. Wspólna (kratkowana) część powierzchni - nazwiemy ją „pokryciem" - przedstawia wtedy zakres (liczbę wypadków) współistnienia obu zjawisk. Zakres ten E porównamy z zakresem M wszystkich wogóle możliwych wypadków daje nam absolutne prawdopodobieństwo współistnienia obu zjawisk:

$$\frac{E}{M} = \varepsilon$$

podczas gdy stosunki ilościowe :

$$\frac{A}{M} = \alpha$$

$$\frac{B}{M} = \beta$$

określają szansę bytową poszczególnych zjawisk. Jeżeli przyjmiemy

$$M = 1$$

to powierzchnie obu kół i wspólnej ich soczewki dadzą nam wprost miarę wszystkich trzech prawdopodobieństw.

Otóż rachunek prawdopodobieństwa uczy nas, że

$$\varepsilon = \alpha\beta$$

ale wtedy tylko i o tyle, o ile zjawiska A i B są od siebie niezależne. Jeżeli są zależne, to prawdopodobieństwo współbytu ich przybierze inną jakąś, mniejszą albo większą wartość stosownie do tego, czy byt jednego zjawiska ułatwia byt drugiego czy utrudnia.

Weźmy przykład. W pewnem mieście statystyka wykazuje na 100 mieszkańców 30 tu jasnowłosych a 40tu modrookich. Prawdopodobieństwo, że pierwszy spotkany na ulicy przechodźień będzie miał jasne włosy, wynosi zatem:

$$\alpha = 0,3$$

prawdopodobieństwo że będzie miał niebieskie oczy:

$$\beta = 0,4$$

Jak wielkiem jest prawdopodobieństwo, że będzie miał równocześnie modre oczy i jasne włosy ? Czy może $\varepsilon = 0,3 \times 0,4 = 0,12$? Nie. Próba wykaże niewątpliwie wartość dużo większą np.

$$\varepsilon = 0,25$$

a mianowicie dlatego, że między barwą oczu i włosów zachodzi pewien wewnętrzny, rasowy związek, który sprawia, że współbyt ich zdarza się częściej niż by to miało miejsce, gdyby obie cechy były od siebie niezależne. Okoliczność ta może nam zatem posłużyć za ogólny sprawdzian zależności. Choćbym nic zgoła nie wiedział o istocie dwóch zjawisk i wzajemnem ich działaniu, to jednak mogę zawsze a posteriori, na statystycznej poprostu podstawie, stwierdzić:

1. czy są one od siebie zależne,
2. czy zależność ta jest dodatniej czy ujemnej natury
3. jak ścisłą jest pna tj. jak wielkim wpływ, który jedną wartość bytową na drugi wywiera. Wyrazem krytycznym będzie tu różnica $(\varepsilon - \alpha\beta)$, którą nazwiemy

(Bp-3)

krótko logometrycznym „ekscesem"

$$\varepsilon - \alpha\beta \lesseqgtr 0 \text{ —}$$

Niezawodność sprawdzianu tego opiera się na „prawie przypadku", które, jak wiemy, tem ściślej obowiązuje, im większą liczbę wypadków weźmiemy pod uwagę. I tak np. jest niemożliwą wręcz rzeczą , aby dwa niezależne od siebie zjawiska wykazywały w bardzo szerokiem przecięciu wartość ekscesu inną od zera. Nie jest natomiast wykluczonym wypadek przeciwny, w którym istnieje wprawdzie wewnętrzna zależność dwóch zjawisk ale taka, której działanie ujawnia się właśnie wartością ekscesu = 0. Skoro jednak taka pozorna niezależność na zewnątrz, w objawach swych i skutkach, nie różni się niczem od rzeczywistej, nie widzę powodu, dla którego byśmy mieli przy korrelacyonalnych naszych badaniach jakąkolwiek między obiema czynić różnicę. -

§11. Wartości graniczne.

Wartość pokrycia ε obraca się w pewnych granicach, które w następujące cztery ująć możemy postulaty:

$$\varepsilon \leqq \alpha \text{ —}$$

$$\varepsilon \leqq \beta$$

$$\varepsilon \geqq 0 \text{ —}$$

$$\varepsilon \geqq \alpha + \beta - 1$$

Pierwsze trzy ograniczenia są bezpośrednio oczywiste. Żaden zakres nie może więcej pokrywać niż sam mierzy powierzchni a pokrycie nie może być ujemnem. Czwarty postulat posiada następujące uzasadnienie: Jeżeli

$$\alpha + \beta > 1$$

to nadmiar, o który suma obu prawdopodobieństw większa jest od ogólnego zakresu możliwości, („das Finsgebiet" Schrödera, „the universe of discourse" de Morgan'a) nie może żadną miarą pomieścić się w nim inaczej jak przez częściowe pokrycie jednego zakresu przez drugi i to pokrycie nie mniejsze od nadmiaru, który ma się w niem pomieścić.

12

§ 12. Ogólny problem zależności.

Przyjmujemy, że pokrycie $\mathcal{E}$ posiada dowolną jakąś, w ustalonych przed chwilą granicach obracającą się wartość. Przyjmujemy dalej, że w pewnym osobliwym wypadku prawdopodobieństwo zjawiska A zmieniło się z jakiegokolwiek powodu z normalnej, (absolutnej) wartości α na specyalną jakąś wartość a. Zmiana podobna miałaby np. miejsce gdybyśmy dowiedzieli się, że zjawisko A istotnie zaistniało ($a = 1$) albo nie zaistniało ($a = 0$) albo wskutek pewnych poszlak wyjątkowo wysokiego nabrało prawdopodobieństwa.

Powiadają mi, że mój przyjaciel mieszkający w owem właśnie mieście, którego statystyką zajmowaliśmy się przed chwilą (§ 10), zaręczył się. Nie znam jego narzeczonej, ale przypominam sobie, że miał zawsze wybitną do blondynek słabość. Wyciągam stąd z prawdopodobieństwem 9/10 wniosek, że na dożywotnią towarzyszkę życia upatrzył sobie jasnowłosą jakąś panienkę. Czy mogę na tej podstawie powiedzieć coś także i o domniemanej barwie jej oczu ? Jeśli niema związku między obiema cechami - nie ; jeśli jest związek, to zmiana prawdopodobieństwa z normalnej (absolutnej) wartości

$$\pi(A) = 0,3$$

na specyalną:

$$p(A) = 0,9$$

musi pociągnąć za sobą także i zmianę drugiego prawdopodobieństwa z absolutnej wartości

$$\pi(B) = 0,4$$

na inną jakąś, osobliwą wartość

$$p(B) = ?$$

Ten to właśnie znak zapytania jest obecnie przedmiotem mej ciekawości a to dla spraw zajmujących mnie znacznie bardziej jeszcze niż barwa oczu narzeczonej mojego przyjaciela.

§ 13 Funkcya hipotetyczna.

Aby odpowiedzieć - i to w ogólnej formie - na zasadnicze to pytanie, wychodzimy z następującej refleksyi: Zakresowe przedstawienie prawdopodobieństw (Fig 1) ma za cichą przesłankę równość dyspersyi t.zn. równomierny rozdział wypadków na całym obszarze możliwości (Fig 2). Przy nie - równomiernym rozdziale, prawdopodobieństwo poszczególnych ewentualności mierzy się iloczynem z powierzchni jej i gęstości, jaką w obręcie jej przyjęła dyspersya. Taką bowiem jest liczba możliwości na zakres danej treści przypadających.

Stosując zasadę tę do nowego naszego założenia, wyobrażamy sobie (Fig 3), że przypadająca na dziedzinę zjawiska A liczba szans zwiększyła się nagle z jakiegobądź powodu z normalnej wartości α na specyalną a. Ponieważ ogólna liczba możliwości została ta sama, przeto zgęszczeniu szans w dziedzinie zjawiska A odpowiadać musi równocześnie ich rozrzedzenie w dziedzinie nie - A a to w stosunku $\frac{1-a}{1-\alpha}$. -

Jakże oddziałają zmiany te na prawdopodobieństwo zjawiska B ? Odpowiedź prosta. Liczba szans przypadających na jego dziedzinę składa się z tych, które mieszczą się w obrębie soczewki ε i tych, które obejmuje sierp σ, przyczem

$$\sigma = \beta - \varepsilon$$

Nowe prawdopodobieństwo zjawiska B przybierze zatem wartość:

$$p(B) = b = \varepsilon \frac{a}{\alpha} + (\beta - \varepsilon)\frac{1-a}{1-\alpha}$$

Porządkując równanie to otrzymujemy relacyę:

$$b = \frac{\beta - \varepsilon}{1-\alpha} + \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\alpha(1-\alpha)}\, a \quad \ldots\ldots \quad I$$

I analogicznie (jeżeli przyjmiemy, że zmieniła się najpierw wartość bytowa zjawiska B pociągając za sobą wtórnie zmianę wartości A):

$$a = \frac{\alpha - \varepsilon}{1-\beta} + \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\beta(1-\beta)} \cdot b \quad \ldots\ldots \quad II$$

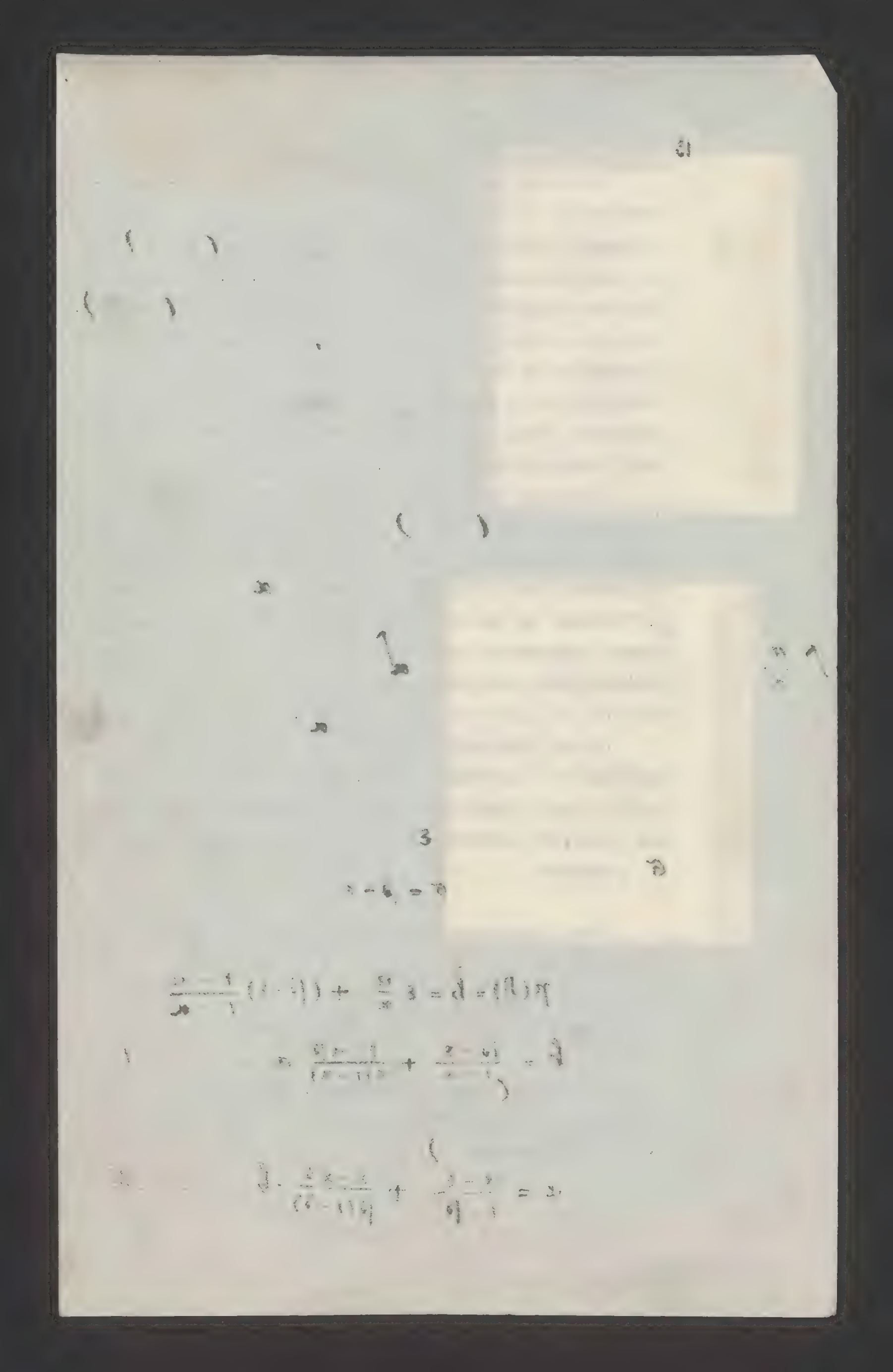


Fig. 2.

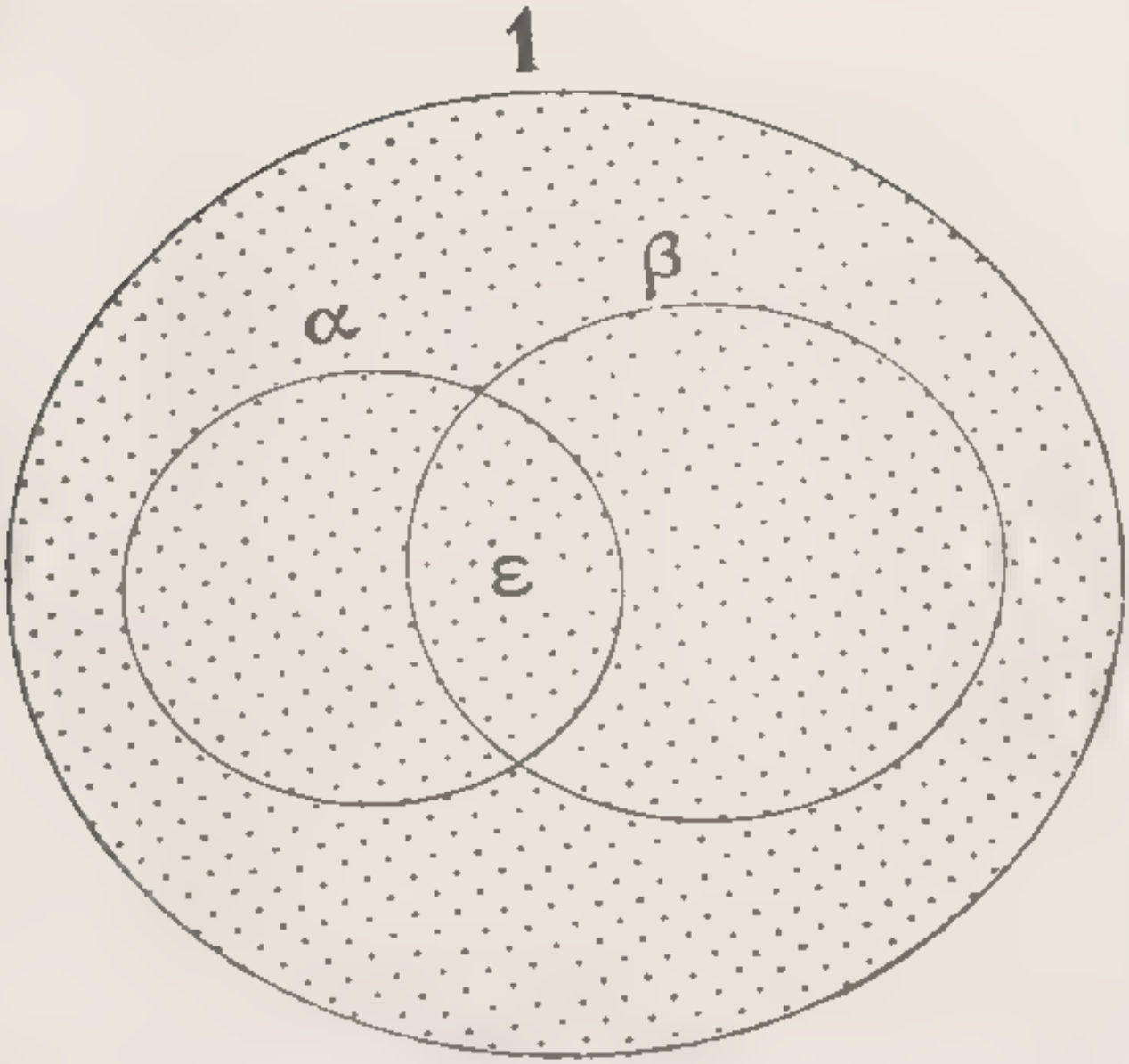
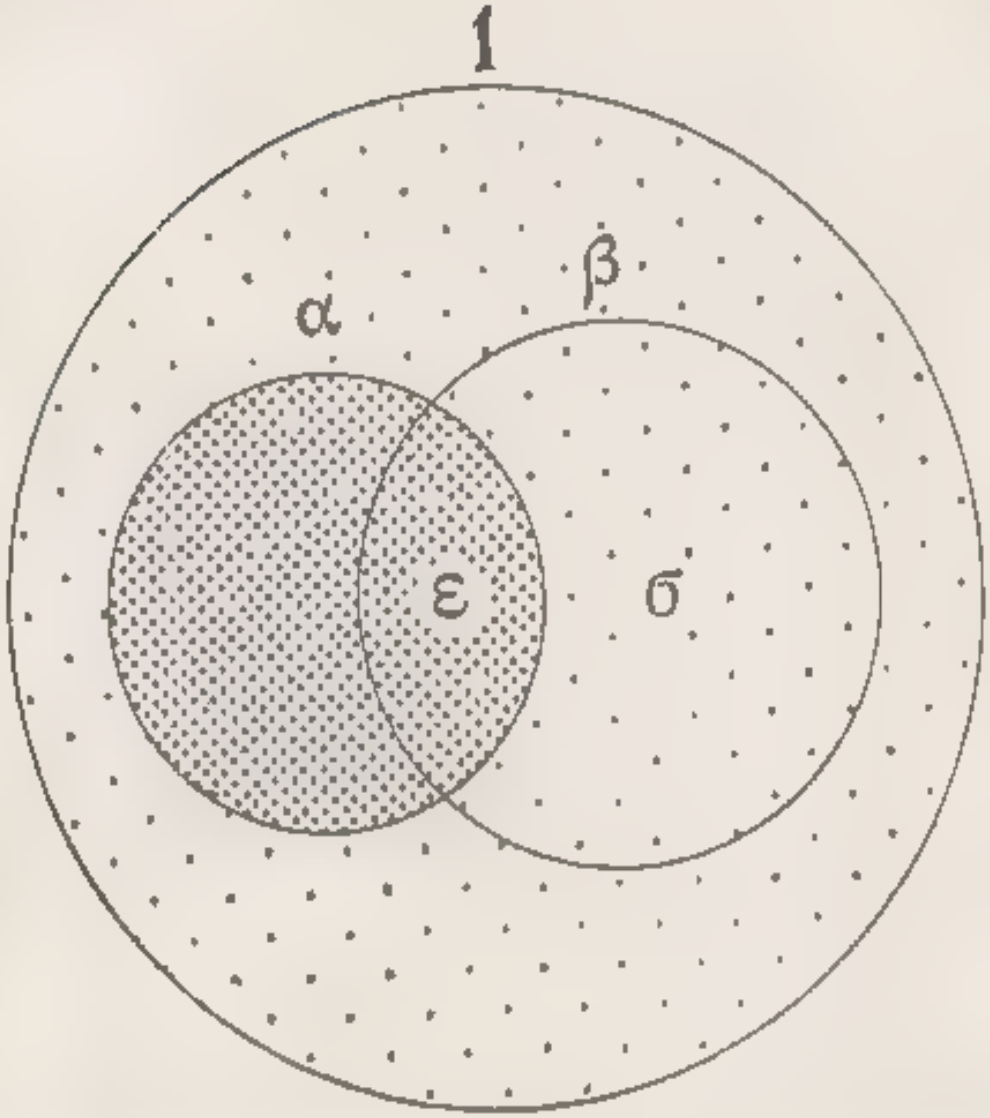


Fig. 3.



Oto są dwa podstawowe równania, które uczą nas, w jaki sposób dwa zależne od siebie byty wzajemnie na siebie wpływają. Oba równania razem tworzą t.zw. funkcyę hipotetyczną, matematyczny wyraz hipotetycznego związku. Równanie I ważnem jest tam, gdzie pierwotna zmiana wartości bytowej dotyczy zjawiska A pociągając za sobą wtórnie zmianę wartości B, krócej mówiąc: gdzie A jest argumentem a B funkcyą. W wypadku przeciwnym obowiązuje równanie II. Aby tem silniej podkreślić ważną tę różnicę, uwydatnimy ją typem liter: cienki druk oznaczać u nas będzie argument, tłusty druk funkcyę.

§ 14 D w u t o r o w o ś ć

Jakże to ? zapyta matematyk. Wszak zależność wzajemna dwóch zmiennych x i y wyraża się zawsze jednem funkcyonalnem równaniem:

$$f(xy) = 0$$

a rzeczą formy jedynie jest, czy zechcę wyrazić explicite zmienną y jako funkcyę zmiennej x czy też odwrotnie. Dlaczegoż by więc tutaj stosunek dwóch prawdopodobieństw - a więc ostatecznie dwóch ilości - nie znajdował w jednem, wspólnem równaniu stosownego dla siebie wyrazu ?

Odpowiem: Związek hipotetyczny, który tu matematycznemi określamy symbolami, nie jest zwykłą ilościową relacyą, czem byłby np., gdybyśmy tylko wielkość jednej powierzchni uzależnić chcieli od wielkości drugiej. Tu idzie nadto jeszcze o ustalenie wzajemnego ich wobec siebie położenia. I tak samo jak położenie punktu w płaszczyźnie albo przebieg przestrzennej linii nie da nigdy za pomocą jednego tylko określić się równania, tak też i tu do równoznacznego określenia topologicznej między dwoma zakresami relacyi wzgl. hipotetycznego między dwoma bytami związku, koniecznemi nam są dwa sprzężone ze sobą równania, z których

16
17

jedno określa jeden kierunek wpływu a drugie drugi.

Dla relacyi matematycznej tego rodzaju nie znajduję stosowniejszego określenia nad nazwę „dwutorowość". Ogólna hipotetyczna funkcya jest funkcyą dwutorową. Zapoznanie tej prawdy musiało z natury rzeczy udaremnić wszystkie dotychczasowe próby zalgebraizowania ogólnego związku hipotetycznego czyli „korrelacyi".

Pojęcie „funkcyi dwutorowej" nie posiada, o ile wiem, w nauce o funkcyach żadnego dotąd przedstawiciela. Role argumentu i funkcyi są tu zawsze zamienne. W hipotetycznem natomiast dwu - równaniu nie wolno mi ich mieniać bez równoczesnego przejścia z jednego toru na drugi, który właśnie dla odwrotnego kierunku wpływu jest przeznaczony. Nie możemy też żadną miarą przyrównywać „dwutorowości" takiej do stosunku, w jakim stoją do siebie np. dwa równania jednej przestrzennej krzywej. Tam mamy przed sobą dwa niezależne od siebie matematyczne fakty, dwie dowolne zgoła /powierzchnie ~~płaszczyzny~~, których przecięciem właśnie jest dana krzywa. Tutaj natomiast widzimy, że tak powiem, dwu - równanie, parę organicznie ze sobą połączonych pół - równań, x) które dopiero razem wzięte określają jednolity w rzeczywistości przedmiot korrelacyi.

Zanim pójdziemy dalej, pozwolę sobie osobliwy ten stosunek na codziennym jakimś uznacznić przykładzie:

Przed sędzią karnym staje młody winowajca. Dla wyboru i wymiaru kary bardzo ważną byłoby rzeczą wiedzieć, czy idzie w danym wypadku o przygodne jedynie przestępstwo czy też raczej o wrodzoną ku złemu inklinacyę. W braku osobnych w tym kierunku poszlak jedyną dla sędziego wskazówką może być powierzchowność przestępcy. Przyjmijmy, że statystyka kryminalna wykazuje w przecięciu na 100 wypadków zbrodni 15 takich,

---

x/ Rozumie się, że czysto algebraicznie rzecz biorąc, każda z obu połówek jest zwykłem pełnem równaniem; połowiczność polega tu na tem jedynie, że zawsze tylko jeden kierunek zależności posiada realne w w przedmiocie znaczenie.

w których budowa czaszki i twarzy podpadała pod pojęcie „zbrodniczego typu", 25 takich, w których stwierdzić można było wrodzoną do zbrodni skłonność, wreszcie 10 takich, w których oba kryterya występowały równocześnie obok siebie. Zestawienie to, świadczy najwyraźniej o istnieniu bytowego między zjawiskami związku. Gdyby nie było go, wypadki koincydencyi obu nie przekraczały by 3,75% (= 0,15 X 0,25) ogólnej liczby wypadków.

Przyjmijmy dalej, że powierzchowność młodocianego przestępcy, o którym mowa, żadnej w tym kierunku nie pozostawia wątpliwości; pierwszy rzut oka każe określić go fizycznie jako „typ kryminalny".

a = 1.

która to wartość, wstawiona w równanie I, daje nam wartość funkcyi

b = 0,67

Słowami: Suppozycya, że człowiek ten także i wewnętrznie do zbrodniczego należy typu, ma za sobą szansę 2/3 a szansę 1/3 przeciw sobie.

A teraz, odwracając kwestyę, wyobraźmy sobie, żeśmy człowieka, o którym mowa, nigdy nie widzieli ale przeczytawszy w gazecie w rubryce „Z sali sądowej" dokładne z procesu sprawozdanie, powzięli, na podstawie słów i czynów jego, przekonanie, że musi to być „urodzony zbrodniarz". Przyjmijmy, że modalność owego „musi" odpowiada ułamkowi 2/3 t.zn. posiada tę samą probabilną wartość, jaką sędzia pośrednio ze zbrodniczego wywnioskował wyglądu. A teraz pytam: Czy mamy prawo, odwracając tok rozumowania, wnioskować z tej samej wartości b = 0,67 na tę samą wartość a = 1 ? Innemi słowy: czy prawdopodobieństwo skłonności zbrodniczych może nam dać pewność kryminalnej powierzchowności ? Oczywiście nie. Skoro bowiem punktem wyjścia (argumentem) jest drugie zjawisko B, przeto ważnem staje się równanie II,

które stosując otrzymujemy, jako szansę zbrodniczej powierzchowności:

$$\underline{a} = 0,27$$

a więc wartość prawie cztery razy mniejszą od tej, jaką posiadał w pierwszem równaniu argument.

Podobnych przykładów i to w dowolnej ilości dostarczyć nam może antropologia, meteorologia, technika gry, ubezpieczeń itp.

§ 15 P r o b a b i l n y k w a d r a t.

Ale wróćmy do teoryi. W geometrycznym obrazie / Fig. 4 / równania I i II przedstawiają dwie proste linie, których przebieg określony jest jednoznacznie trzema parametrami α, β i ε. Nazwiemy je „torami" funkcyi hipotetycznej. Dla toru I osią rzędnych jest linia O A, osią współrzędnych linia O B; dla toru II odwrotnie.

Oba tory, jako proste linie, biegną naturalnie w nieskończoność, przyczem jednak realne, logometryczne znaczenie przysłuża tylko tym ich odcinkom, które leżą w obrębie „probabilnego kwadratu". Nazywamy tak kwadrat ograniczony obiema osiami tudzież dwiema równoległemi do nich w odległości 1 pociągniętemi prostemi. Prawdopodobieństwa bowiem większe od 1 i mniejsze od 0 nie posiadają w świecie realnym nic, coby im odpowiadało; nazwiemy je „urojonemi".

§ 16 P u n k t n e u t r a l n y.

Wielkie znaczenie posiada dla nas punkt N, w którym oba tory przecinają się ze sobą.

Jeżeli w równaniu I podstawimy

$$\underline{a} =$$

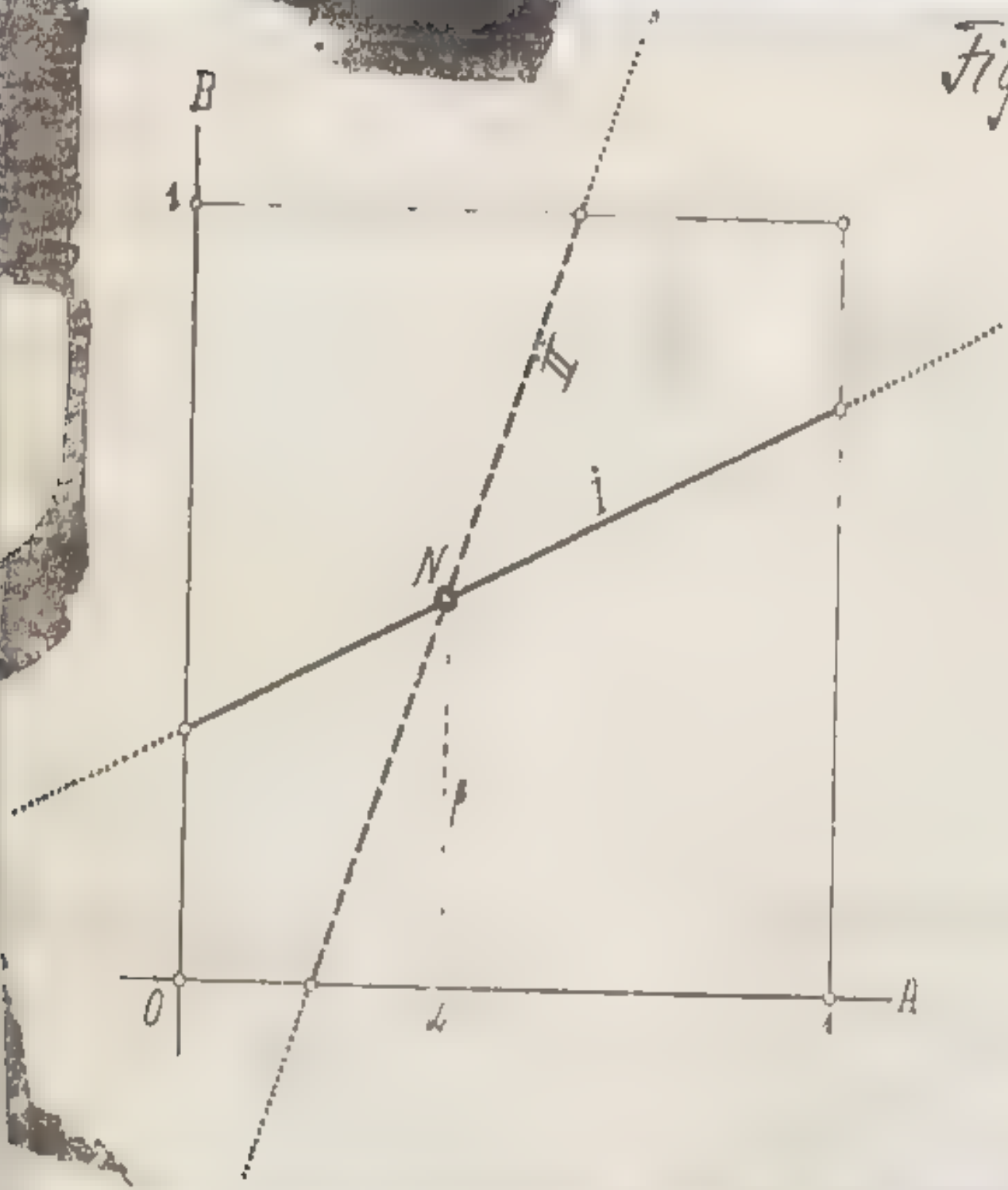
otrzymamy :

$$\underline{b} =$$

zaś podstawiając w równaniu II

$$\underline{b} =$$

Fig. 4.



otrzymamy:

$$\underline{a} = \alpha$$

Rzecz naturalna. Tam bowiem, gdzie argument nie zmienił normalnej swej, („absolutnej") wartości, niema też powodu, aby funkcya go zmieniła. W tym jednym jedynym wypadku oba zależne od siebie zjawiska zachowują się wobec siebie tak, jak gdyby były niezależnemi. I dlatego też nazwiemy punkt N, w którym oba tory się przecinają „punktem neutralnym"

§ 17 Parametry zasadnicze.

Związek hipotetyczny bywa nam często dany nie przez zasadnicze swe parametry α, β i ε, ale w formie dwóch sprzężonych ze sobą równań :

$$\underline{b} = K + M\,\underline{a}$$

$$\underline{a} = L + N\,\underline{b}$$

Ma to np. miejsce wówczas gdy istnienie i rodzaj korrelacyi danym nam został a posteriori, przez statystyczne spostrzeżenia. Mając przed sobą takie dwa empiryczne równania, znajdujemy wartość zasadniczych trzech parametrów najłatwiej przez ustalenie punktu przecięcia. Współrzędne jego są:

$$\alpha = \frac{L + KN}{1 - MN}$$

$$\beta = \frac{K + LM}{1 - MN}$$

Podstawiając wartości te w równaniach

$$K = \frac{\beta - \varepsilon}{1 - \alpha}$$

wzgl.

$$L = \frac{\alpha - \varepsilon}{1 - \beta} \quad *)$$

otrzymujemy wartość pokrycia :

$$\varepsilon = \frac{(K + M)(L + KN)}{1 - MN}$$

wzgl.

$$\varepsilon = \frac{(L + N)(K + LM)}{1 - MN}$$

Oba te wzory, jako jednego i tego samego dotyczące

*) Równania te wynikają z budowy zasadniczych równań I i II

przedmiotu, muszą z natury rzeczy równe zawsze określać wartości.

§ 18 S p r a w d z i a n y.

Równość ta wynikająca ze wspólności pokrycia (a więc z najistotniejszej właśnie cechy hipotetycznego związku) może być z natury rzeczy użytą za matematyczny jego sprawdzian. Zrównanie obu wartości ε prowadzi nas do postulatu:

$$\frac{(K + M + 1)\,KN}{(L + N + 1)\,LM} = 1$$

który musi być spełniony, aby dwa linearne równania mogły być uważane za jedno hipotetyczne dwu - równanie. Że nie każda para równań warunkowi temu czyni zadość, jest rzeczą jasną, jako że do ~~jednego~~ określenia dwóch prostych potrzebne nam są cztery parametry, do określenia funkcyi hipotetycznej zaś, jak ~~widzieliśmy~~, trzy tylko, wskutek czego wybór trzech określa z konieczności wartość czwartego. W tem właśnie ograniczeniu ujawnia się wzajemna zależność obu wspólnością przedmiotu sprzężonych pół - równań.

Jeżeli znane nam są absolutne szanse dwóch zjawisk, to dwa dane nam linearne równania mogą wtedy tylko być uznane za hipotetyczne dwu - równanie, jeśli:

1. punkt przecięcia wykazuje współrzędne α i
2. ważną jest relacya:

$$\frac{M}{N} = \frac{\alpha(1 - \beta)}{\beta(1 - \alpha)}$$

co wynika jasno z budowy ogólnego dwurównania zależności

~~tw.~~ próba, czy dwie dane proste ~~rzecinają się~~ w neutralnym punkcie.

§ 19 W p ł y w . Z a l e ż n o ś ć .

Parametry M i N posiadają dla nas osobliwe ~~całkiem~~ znaczenie jako miara nachylenia obu torów do przyrzędnych osi rzędnych.

$$M = \left(\frac{db}{da}\right)$$

$$N = \left(\frac{da}{db}\right)$$

Znak klamry jest tu istotnym i posiada podobne nieco znaczenie jak w rachunku różniczkowym , to mianowicie, że do jednego tylko odnosi się argumentu. Konieczność zastrzeżenia tego wynika z dwutorowości, która sprawia że wartości a i a wzgl. b i b a zatem i ich różniczki różne całkiem mają znaczenie. Ważna dla wszystkich matematycznych funkcyi relacya

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\frac{dx}{dy}}$$

nie obowiązuje funkcyi hipotetycznej.

Realne znaczenie obu różniczkowych ilorazów jest jasnem. Pierwszy z nich

$$\left(\frac{db}{da}\right) = \frac{\quad}{1-\alpha}$$

określa „zależność" bytu B od bytu A czyli „wpływ" bytu A na byt B. Drugi

$$\left(\frac{da}{db}\right) = \frac{\quad}{\quad}$$

ma znaczenie odwrotne. I tak np. w przytoczonym powyżej (§ 10) przykładzie wpływ zjawiska jasnych włosów na zjawisko modrych oczu byłby

$$\left(\frac{db}{da}\right) = 0{,}619$$

wpływ odwrotny modrych oczu na jasne włosy

$$\left(\frac{da}{db}\right) = 0{,}542$$

§ 20 Ścisłość związku.

Geometryczny środek obu wpływów

$$\xi = \sqrt{\quad}$$

nazwiemy ścisłością związku. Jestto ta sama wartość, którą w statystycznej nauce o korrelacyach nazwano „stopniem" lub „współczynnikiem" zależności. *)

*) Wzór nasz odpowiada ~~formułce~~ Yule'a

W cyfrowym naszym przykładzie związek między jasną barwą włosów i oczu posiadałby ścisłość

$$\xi = 0{,}579$$

Wyraz ξ może, podobnie jak oba jednostronne wpływy, dodatnią albo ujemną posiadają wartość. Pośrodku między obiema temi możliwościami leży wartość

$$\xi = 0$$

która ma miejsce, jeśli

$$\xi = 0$$

t.zn. jeśli oba zjawiska są od siebie niezależne (§ 10). W geometrycznym obrazie / Fig 5 / przedstawia ostatni ten wypadek dwie pod prostym kątem przecinające się proste. Oba tory przebiegają wtedy równolegle do swych osi w odległości α i β od tychże. Istnienie zależności zbliża oba tory do siebie. Zawarty między nimi kąt ξ mierzy się wyrazem

$$\xi = \frac{\pi}{2} - \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) - \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)$$

Im ściślejszy związek, tem mniejsza wartość ξ.

§ 21 **Jednoczesność.**

Graniczna wartością ξ jest :

$$\xi = 0$$

Otrzymujemy ją, gdy

$$\operatorname{tg}(\xi) = \frac{\left(\frac{\alpha}{\beta}\right) + \left(\frac{\beta}{\alpha}\right)}{1 - \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)} = \infty$$

a zatem, gdy

$$\left(\frac{\alpha\beta}{\alpha\alpha}\right)\left(\frac{\alpha\alpha}{\alpha\beta}\right) = 1$$

co wtedy tylko nastąpić może, gdy oba wpływy posiadają albo wartość (+ 1) albo (- 1). Pierwsza ewentualność ma miejsce w razie t.zw. łączności czyli konjunkcyi (§ 39), gdy

$$\xi = \alpha = \beta$$

druga w razie rozłączności czyli dysjunkcyi (§ 40),

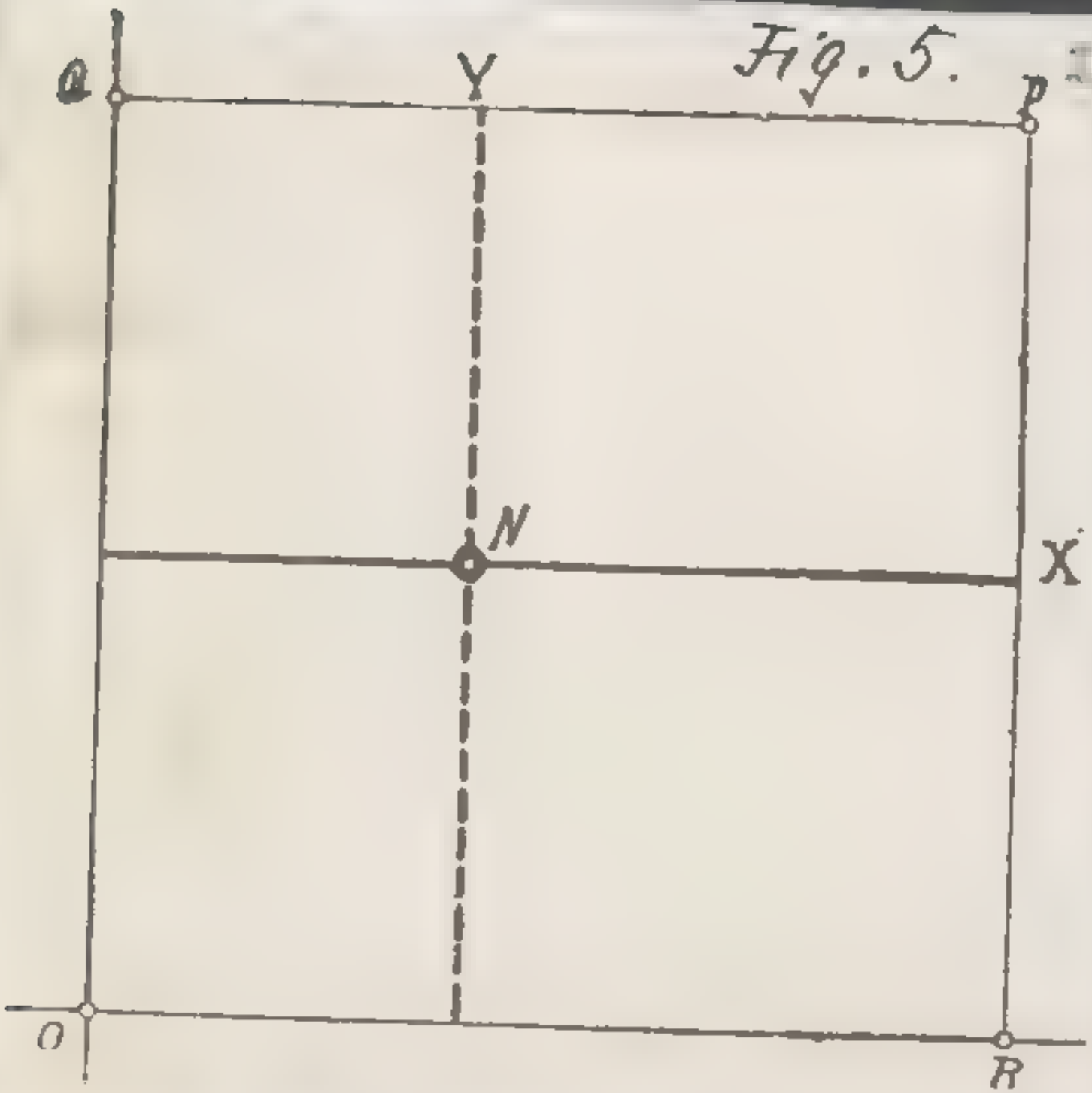


Fig. 5.
Q
Y
P
N
X
O
R

gdy

$$\varepsilon = \alpha + \beta - 1 = 0$$

W pierwszym wypadku (Fig 6) oba tory zlane w jeden, biegną śladem przekątni O P probabilnego kwadratu, (którą to przekątnię nazywać będziemy w dalszym ciągu przekątnią „główną"). w drugim wypadku (Fig 7) śladem „poprzecznej" przekątni Q R. Analitycznym wyrazem przytoczonych powyżej dwóch skrajnych wypadków jest zlanie się obu hipotetycznych pół - relacyi w jedną algebraiczną relacyę a mianowicie:

$$a = b$$

w pierwszym wypadku a

$$a + b = 1$$

w drugim.

§ 22 Prawo regresyi.

Algebraiczna wartość wyrazów M i N porusza się w granicach (+ 1) i (- 1). Prawda ta ujawnia się nam na podstawie następującego rozumowania:

Weźmy pod uwagę ułamek $\frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\alpha(1-\alpha)}$.

Ponieważ (§ 11)

możemy podstawić

gdzie δ^2 wyraża dowolną jakąś dodatnią wartość. Podstawienie to prowadzi nas do równania:

$$M = \frac{\varepsilon}{\alpha} - \frac{\delta^2}{1-\alpha}$$

Że zaś

więc

$$M \leqq 1 \qquad \text{q.e.d.}$$

Co się tyczy dolnej granicy wartości M. to wynika ona z następującego rozumowania: Najniższa wartość ułamka $\frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\alpha(1-\alpha)}$, ~~wymaga~~ z natury rzeczy, ~~aby~~

Wtedy to

$$M = \frac{\varepsilon}{\alpha} - \frac{\delta^2}{1-\alpha}$$

Fig. 6

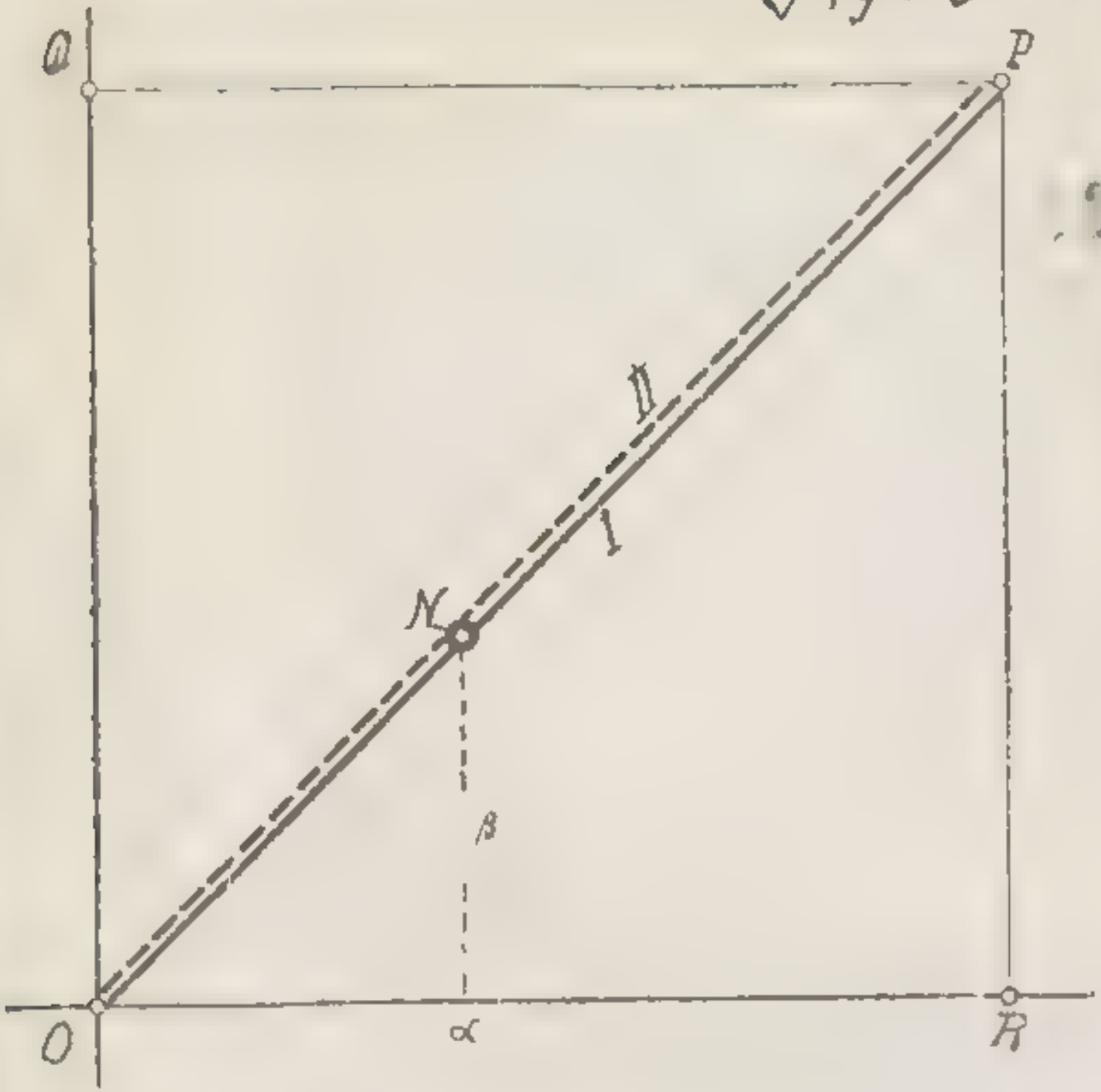
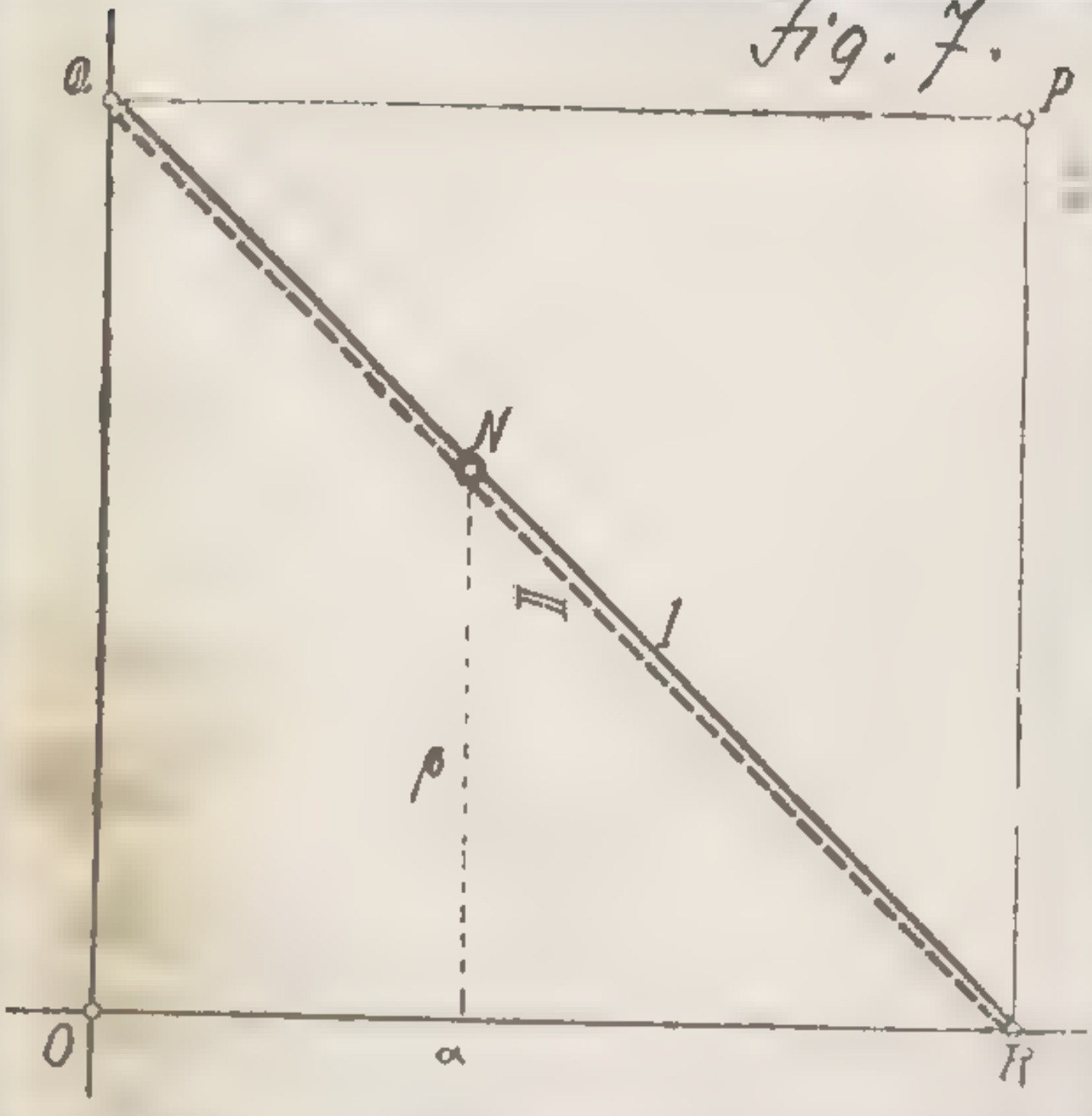


Fig. 7.



Że zaś, w myśl granicznego postulatu (§ 11)

$$\lambda - \xi - 1 \leq 0$$

więc w wypadku naszym ($\varepsilon = 0$) obowiązuje relacya:

$$\xi \leq 1 -$$

wskutek której ułamek Λ nie może nigdy przekroczyć wartości 1 a parametr M $\left(= - \frac{B}{1 - \alpha} \right)$ dolnej granicy (- 1). q.e.d.

Taki sam dowód daje się przeprowadzić co do parametru N.

W geometrycznym obrazie ujawniają się powyższe algebraiczne fakty tem, że tory funkcyi związkowej nie mogą nigdy posiadać silniejszego ku osiom rzędnych nachylenia jak 45°. Co w realnej interpretecyi tłómaczy się na zasadę: Jeżeli zmiana jednej wartości bytowej powoduje zmianę drugiej, ta ostatnia nie może być nigdy większa od tej, która ją spowodowała.

Ogólne to prawo, którego konieczność my w aprioryczności czysto poznaliśmy dotąd, zostało, trzydzieści lat temu, odkryte empirycznie przez antropologa Galtona na podstawie statystycznego materyału, który w dalszym ciągu z najrozmaitszych gromadzony dziedzinach, potwierdzał niemylnie ogólne to prawidło. Nazwiemy je zgodnie z terminologią Galtona „prawem regresyi".

§ 23 Prawo wzajemności.

Z algebraicznej budowy parametrów M i N / wspólnego licznika mianowicie) wynika w dalszym ciągu, że zależność hipotetyczna, o ile jest, musi zawsze być wzajemną. Jeżeli wartość bytowa zjawiska A posiada jakikolwiek wpływ na wartość zjawiska B, to byt B, wzięty jako argument, nie może wręcz być bez wpływu na byt zjawiska A. Zastrzegam się przytem, że mowa tu jedynie o logicznym, nie zaś o realnym wpływie, który może być i bywa też jednostronnym. ~~Przyczyna działa na skutek, skutek nie działa na przyczynę. Ale wniosek ze skutku na przyczynę jest tak samo dopuszczalny i obowiązujący jak z przyczyny na skutek.~~

(56)
(Ok. 5555)

Logometryczną tę prawdę nazwiemy „prawem wzajemności".

§ 24. Prawo równego znaku.

Równie oczywistem jest dla nas ~~wydaje mi się~~ „prawo równego znaku", które opiewa:

„Wpływy hipotetyczne A na B i B na A muszą zawsze ~~razem być albo~~ dodatnie albo ujemne posiadać znaki. Wynika to ze wspólności licznika w ułamkach X i Y.

§ 25. Prawo wpływów.

Interesującym wielce jest ilościowy stosunek obu wpływów:

$$\frac{\left(\frac{db}{da}\right)}{\left(\frac{da}{db}\right)} = \frac{p\,(1-p)}{q\,(1-q)}$$

A zajmującym jest wyraz ten mianowicie dlatego, że zawiera dwa tylko zasadnicze parametry, p i q, trzeciego natomiast nie zawiera. Słowami: Stosunek ilościowy obu wpływów jest niezależny od ścisłości związku a określony jedynie wartością obu bezwzględnych prawdopodobieństw. Jeżeli mianowicie nazwiemy iloczyn z szansy bytu i szansy niebytu pewnego zjawiska probabilną jego „obojętnością", to możemy sformułować prawo wpływów krótko słowami: „Im obojętniejsze (- mniej określone bytowo) jakieś zjawisko, tem mniejszy wpływ jego bytowej wartości na wartość innych zjawisk". I odwrotnie: Dodatnia lub ujemna pewność jest odporną wobec wszelkich wpływów. W wypadku tym odnosimy, co prawda, takie wrażenie, jakobyśmy mieli przed sobą, wbrew prawu wzajemności, (§ 23) wpływ jednostronny; jako że ten ostatni nie może nigdy na zewnątrz się ujawnić, skoro argument, jako absolutnie pewny, nie zmienia nigdy skrajnej swej wartości.

W geometrycznym obrazie prawo wpływów tem się ujawnia, że nachylenia obu torów, niezależnie od war-

łości ξ, w pewnym stałym do siebie stoją stosunku. Jeżeli byśmy, mając dane absolutne prawdopodobieństwa, x i y, zmieniali powoli wartość ξ, to oba tory, przechodząc stale przez punkt neutralny, obracałyby się około niego, podobnie jak wskazówki zegara, w ścisłej od siebie zależności ale z różną szybkością, w tym wypadku nawet w kierunku przeciwnym, przyczem stosunek szybkości obrotowych (nie po łuku mierzonych ale po stycznej) byłby stale jednaki.

§ 26 Prawo kontrapozycyi.

Z tej to wzajemnej zależności obu ramion wynika z matematyczną koniecznością prawo kontrapozycyi objawiające się w geometrycznym obrazie tem, że oba tory fazowej hipotetycznej nie mogą nigdy inaczej, jak równocześnie przechodzić przez dwa przeciwległe rogi probabilnego kwadratu. Będzie to mianowicie miało miejsce zawsze, ilekroć pokrycie ξ przybierze jedną z granicznych swych wartości (§).

W następnym rozdziale (§) powrócimy jeszcze o tej sprawy, przyczem także i nazwa „prawa kontrapozycyi" znajdzie swe uzasadnienie.

§ 27 Symmetrya i antysymetrya.

Istnieją dwa specyalne wypadki, w których oba funkcyonalne tory jednakie do swych osi posiadają nachylenie. Równanie wyrazów X i Y prowadzi nas do alternatywy:

$$x = y$$

albo

$$x = y - 1$$

Pierwszy wypadek - nazwiemy go „symmetrya" - ma miejsce (Fig 6) jeżeli neutralny punkt leży na głównej przekątni (§ 21) probabilnego kwadratu, drugi jeżeli leży on na przekątni poprzecznej (Fig 5). Nazwiemy go „antysymetrya".

Fig. 8

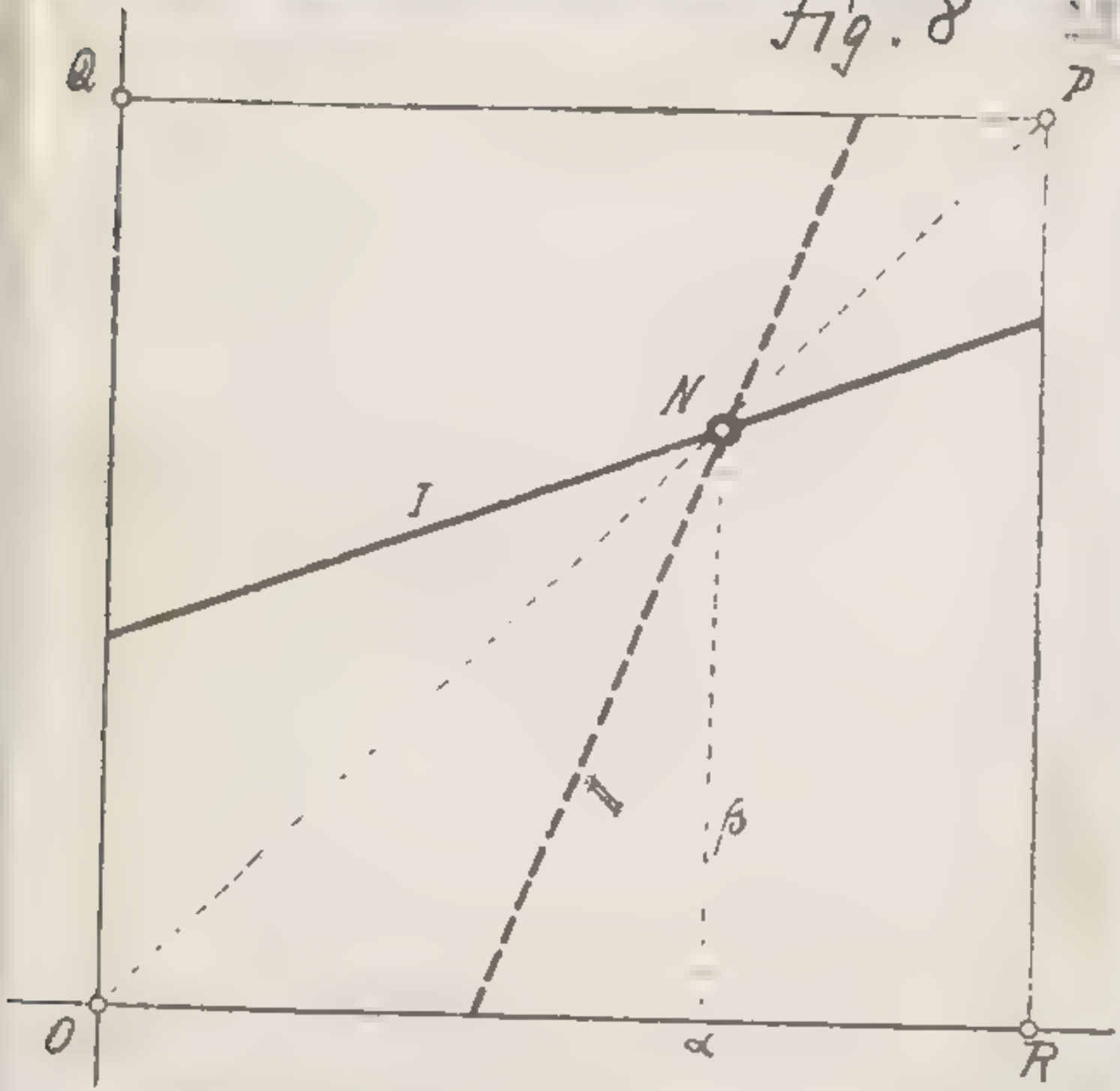
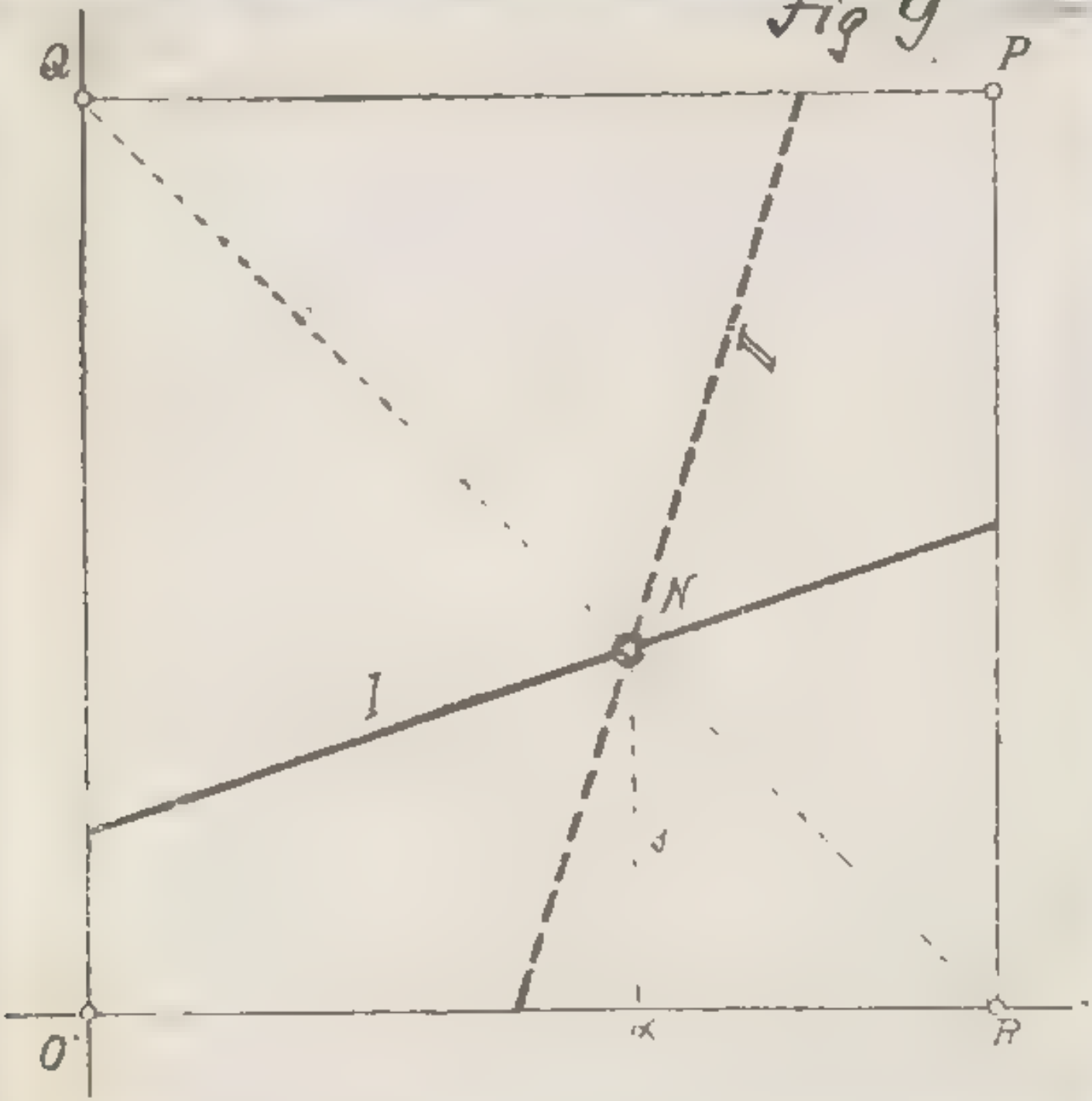


Fig 9



28 **Prawo modalności.**

Całkiem osobliwe znaczenie posiadają dla nas punkty przecięcia obu funkcyonalnych torów ze ścianami probabilnego kwadratu. Są to mianowicie te wypadki, w których jedno z obu prawdopodobieństw przybrało specyalną, skrajną wartość 0 albo 1; co znaczy że jedno z obu zależnych od siebie zjawisk istnieje lub nie istnieje / wzgl. zaistnieć musi lub nie może /.

Fig.10 oznacza nam te punkty przecięcia. Jest ich ośm, cztery dla toru I / 1,3,5,7 / i cztery dla toru II / 2,4,6,8 /. Oznaczmy ich położenie:

Przecięcia linii I :

punkt 1 $a_1 = 0$ $b_1 = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha}$

" 3 $a_3 = 1$ $b_3 = \frac{\beta}{\alpha}$

" 5 $a_5 = -\frac{\beta - \alpha}{\alpha(1-\alpha)}$ $b_5 = 0$

" 7 $a_7 = \frac{1 - \alpha - \beta + 1}{1 - \alpha}$ $b_7 = 1$

Przecięcia linii II.

punkt 2 $b_2 = 0$ $a_2 = \frac{\alpha - \beta}{1 - \beta}$

" 4 $b_4 = 1$ $a_4 = \frac{\beta}{\alpha}$

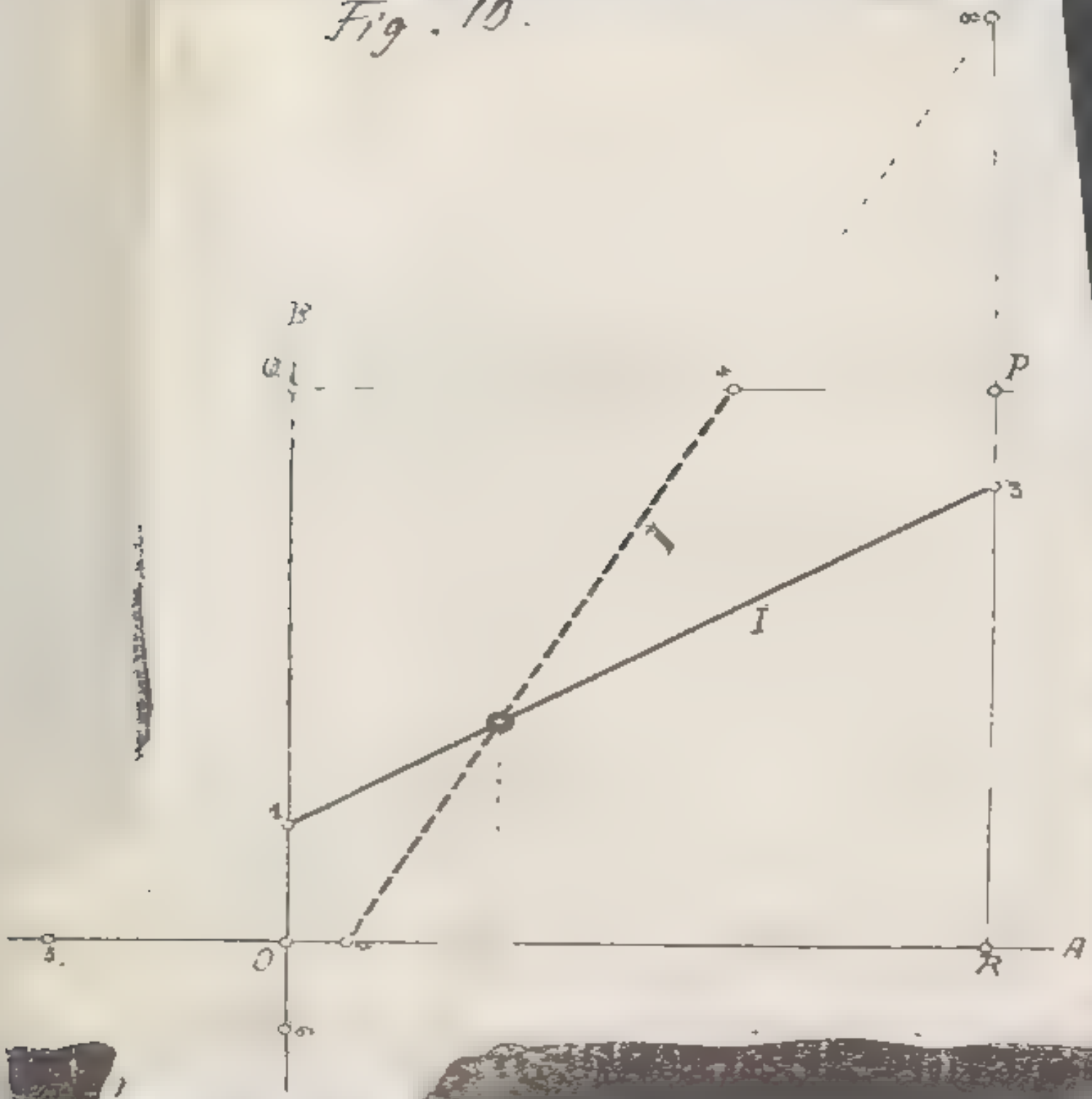
" 6 $b_6 = -\frac{\alpha - \beta}{\beta(1-\beta)}$ $a_6 = 0$

" 8 $b_8 = \frac{1 - \alpha - \beta + \beta}{1 - \beta}$ $a_8 = 1$

Rzut oka na wzory te i geometryczny ich obraz poucza nas, że cztery z określonych właśnie punktów przecięcia / a mianowicie punkty 5,6,7 i 8 / leżą poza granicami probabilnego kwadratu a zatem w dziedzinie urojeń. */ Są to mianowicie te wypadki, w których

*) /

Fig. 10.



*) Weźmy pierwszą z wymienionych wartości:

$$a_5 = -\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon - \alpha\beta}$$

Licznik ułamka tego jest zawsze dodatni (§ 11), mianownik może być tak ujemny jak i dodatni. W pierwszym wypadku $a_5 < 0$, w drugim $a_5 > 1$, albowiem w ułamku $\frac{\alpha\beta - \varepsilon}{\alpha\beta - \varepsilon}$ licznik jest z konieczności większy od mianownika. Jeżeli wreszcie $\varepsilon - \alpha\beta = 0$, to $a_5 = \pm\infty$. Wszystkie trzy możliwości zatem dają w rezultącie urojone wartości prawdopodobieństwa.

Podobne rozumowanie stosuje się do wartości:

$$a_6 = \frac{\varepsilon - \alpha - \beta + 1}{\varepsilon - \alpha\beta}$$

I tutaj licznik musi być dodatni (§ 11), mianownik może przybierać oba znaki. Jeśli $\varepsilon - \alpha\beta < 0$, to $a_6 < 0$; jeżeli $\varepsilon - \alpha\beta = 0$, to $a_6 = +\infty$; jeżeli wreszcie $\varepsilon - \alpha\beta >$ to wystarczy uprzytomnić sobie, że $\varepsilon < \alpha$ i podstawić wskutek tego: $\varepsilon = \alpha - \delta^2$, (gdzie δ oznacza dowolną, dodatnią wartość), aby otrzymać ułamek o liczniku widocznie większym od mianownika: $a_6 = \frac{\alpha - \alpha\beta - \alpha\delta^2}{\alpha - \alpha\beta - \delta^2}$, co daje urojoną wartość prawdopodobieństwa. W całkiem analogiczny sposób możemy udowodnić nie - rzetelność wartości b_5 i b_6.

Rzecz zresztą oczywista. Dwie proste linie przecinające kwadrat nie mogą wręcz ze ścianami tegoż mieć więcej punktów przecięcia jak cztery.

argument posiada pośrednią jakąś, ułamkową wartość, funkcya natomiast skrajną wartość 0 albo 1. Wynik ciekawy tem, że uprawnia nas do bardzo ogólnego twierdzenia. Prawdopodobieństwo nie może nigdy służyć za podstawę pewności, która, ~~jak zobaczymy~~, z pewności ~~jakiejkolwiek~~ wywieść się daje. Prawdę tę nazwiemy „ogólnem prawem modalności".

Pozostają tedy cztery rzetelne punkty przecięcia:

punkt	1	$a_1 = 0$	$b_1 = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha}$
"	3	$a_3 = 1$	$b_3 = \frac{\beta}{\alpha}$
"	2	$b_2 = 0$	$a_2 = \frac{\alpha - \beta}{1 - \beta}$
"	4	$b_4 = 1$	$a_4 = \frac{\alpha}{\beta}$

§ 29 Klasyczne wypadki związku.

Klasyczna nasza logika nie zajmuje się „prawdopodobieństwami" wcale. Z pomiędzy niezliczonych, wogóle możliwych związków te tylko uważane są za „logiczne", w których jedna pewność określa drugą. Zachodzi tedy pytanie, czy i w jakich warunkach jest to możliwem? Równania nasze i geometryczny ich obraz dają nam całkiem jasną w tym kierunku odpowiedź.

„Pewność A określa pewność B" – to znaczy, że obie współrzędne naraz przybrały skrajne wartości 0 albo 1, szukany punkt zatem leży w jednym z rogów probabilnego kwadratu przez który to róg jeden z funkcyonalnych torów w tym wypadku przechodzi. A ponieważ z drugiej strony ten sam tor przechodzi także i przez neutralny, współrzędnemi α i β określony punkt N, więc „klasyczność" związku, możliwość wypadku pewność – pewność zależy już tylko od nachylenia toru, od wyboru wartości ε.

Wypadków takich jest ośm, po cztery dla każdego toru. Określają one ośm klasycznych wartości ε. A mianowicie:

Jeśli ma być	$b_1 = 0$,	to musi być	$\varepsilon = \beta$
" " "	$b_1 = 1$	" " "	$\varepsilon = \alpha + \beta - 1$
" " "	$b_2 = 0$	" " "	$\varepsilon = 0$
" " "	$b_2 = 1$	" " "	$\varepsilon = \alpha$
" " "	$a_1 = 0$	" " "	$\varepsilon = \alpha$
" " "	$a_1 = 1$	" " "	$\varepsilon = \alpha + \beta - 1$
" " "	$a_2 = 0$	" " "	$\varepsilon = 0$
" " "	$a_2 = 1$	" " "	$\varepsilon = \beta$

Rzut oka na powyższe zestawienie poucza nas, że z pomiędzy ośmiu wartości ε, które czynią zadość postulatowi klasyczności, jest tylko cztery różnych, po dwa razy się powtarzających. Są to właśnie owe cztery wartości ε, które dla rzetelnych hipotetycznych związków uznaliśmy za graniczne. (§ 11) a mianowicie, powtarzam raz jeszcze:

$$\varepsilon = \alpha$$
$$\varepsilon = \beta$$
$$\varepsilon = 0$$
$$\varepsilon = \alpha + \beta - 1$$

One to stanowią logometryczne kryterya dla czterech „klasycznych związków", któremi są :

wymaganie	(implicatio)
warunkowanie	(conditio)
wykluczanie	(exclusio)
zastępowanie	(substitutio)

Pierwsze dwa związki są dodatniego typu ($\varepsilon > 0$), dwa drugie typu ujemnego ($-\varepsilon < 0$).

§ 30 Prawo kontrapozycyi.

Zanim pójdziemy dalej, sprobujmy uprzytomnić sobie całkiem jasno, dlaczego preliminowana pierwotnie na ośm liczba klasycznych wartości pokrycia ε skurczyła się, musiała poprostu skurczyć się do czterech. Przypominam w tym celu stwierdzony już w poprzednim rozdziale (§ 25) fakt, że zmiana wartości ε wywołuje obrót torów około neutralnego punktu N przyczem zawsze oba tory

równocześnie przechodzą przez owa przeciwległe rogi probabilnego kwadratu. Tłómacząc obecnie na logiczne znaczenie geometryczną ową prawdę, możemy powiedzieć: W związku hipotetycznym wypadki podwójnej pewności występują zawsze tylko parami. Jeżeli jedna jakaś (dodatnia czy ujemna) pewność określa drugą, to przeciwieństwo tej drugiej określa przeciwieństwo pierwszej. Prawo to, ważne dla wszystkich klasycznych związków, ale też dla nich jedynie, stanowi szeroką podstawę dla t.zw. wniosków a contrario. Zowiemy je „prawem przeciwieństwa" czyli „kontrapozycyi".

A teraz przejdźmy po kolei cztery ustalone przed chwilą wypadki klasycznego związku i dalsze ich kombinacye.

§ 31. Wymaganie.

Związek wymagania czyli implikacyi ma miejsce, jeśli

$$\varepsilon = \alpha$$

w którym to wypadku ogólne nasze dwu - równanie przybiera specyalną formę:

$$b = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{1 - \beta}{1 - \alpha} a$$

$$a = \frac{\alpha}{\beta} b$$

Jeżeli pewna funkcya daną nam została parametrami K L M N, to sprawdzianem algebraicznym wymagania jest:

$$K + M = 1$$

$$L = 0$$

Geometryczny obraz funkcyi widzimy w Fig.11. Tor I przechodzi przez róg P tor II przez przeciwległy róg O; neutralny punkt leży powyżej głównej przekątni O P [illegible]. Klasyczne punkty przecięcia określone są współrzędnemi:

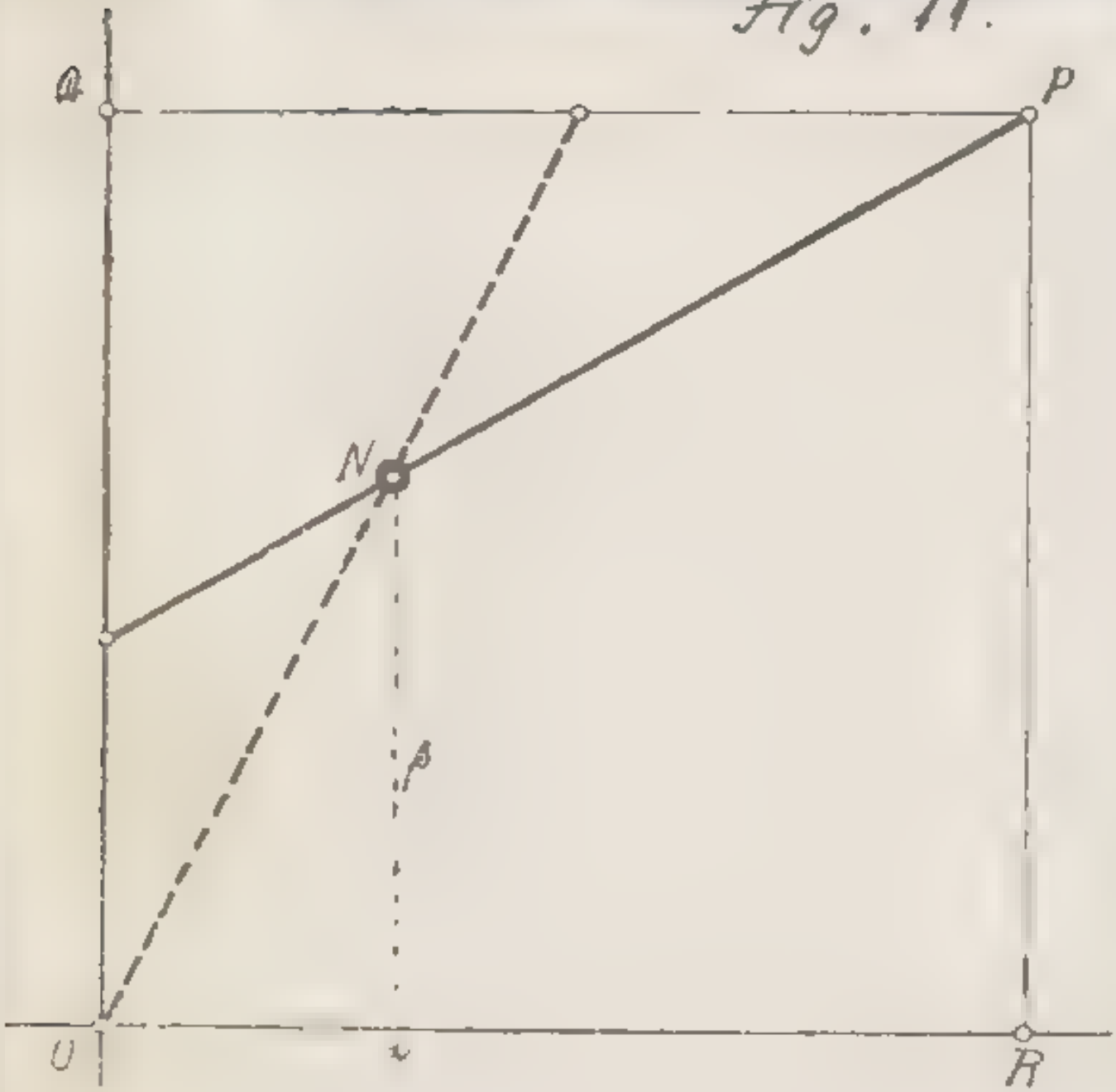
$$a_1 = 0 \qquad b_1 = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha}$$

$$a_2 = 1 \qquad b_2 = 1$$

$$b_3 = 0 \qquad a_3 = 0$$

$$b_4 = 1 \qquad a_4 = \frac{\alpha}{\beta}$$

Fig. 11.



co tłómacząc na logiczne znaczenie, otrzymujemy znane cztery koordynacye:

Jeśli niema A, może być B
" jest A, musi być B
" niema B, nie może być A
" jest B, może być A.

Jak widzimy, klasyczna logika, odrzekłszy się zasadniczo wszelkich ilościowych określeń, nie może określić dwu pośrednich, między 0 a 1 leżących, wartości bytowych b_1 i a_4 inaczej, jak ogólnikowem, dla wszystkich pośrednich wartości wspólnem pojęciem „możliwości" wzgl. „niektórości". I dlatego też wszystkie implikacye są dla niej ~~równe~~, czem dla logometryi, jak widzimy, nie są.

Ścisłość związku dla rozmaitych wymagań rozmaita wyraża się tu wzorem:

$$x = +\sqrt{\frac{\ldots}{\ldots}}$$

§ 32 **Warunkowanie.**

Cechą związku warunkowania / conditionis / jest relacya:

$$\ldots = \ldots$$

Hipotetyczne dwu - równanie przybiera wtedy kształt:

$$b = \frac{\ldots}{\ldots} a$$

$$a = \frac{\ldots}{1 - \ldots} + \frac{1 - \ldots}{1 - \ldots} b$$

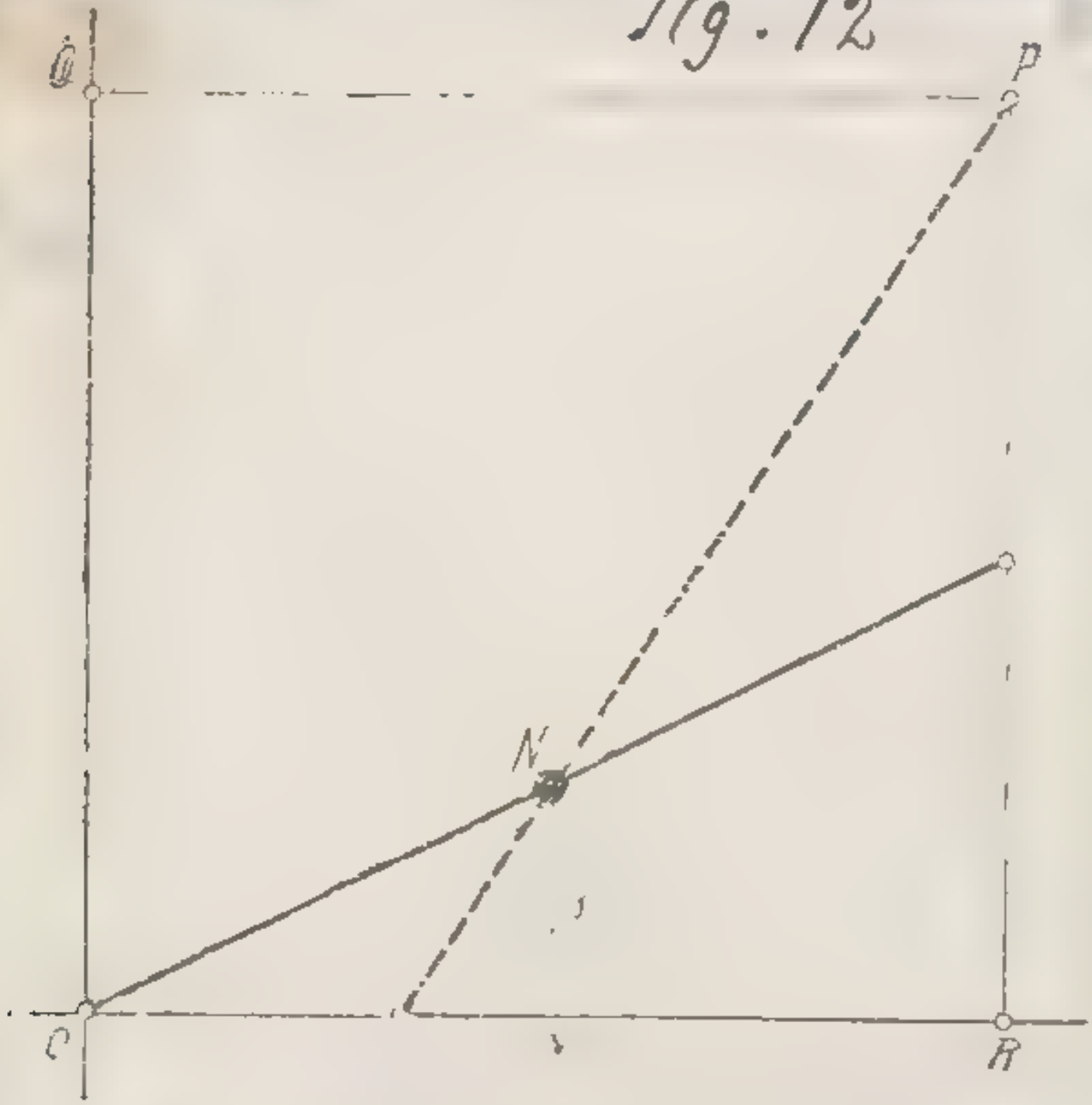
Analityczny sprawdzian:

$$K = 0$$

$$L + U = 1$$

Tor I (Fig 12) przechodzi przez róg O, tor II przez róg P. Neutralny punkt leży poniżej głównej przekątni OP . (...)

Fig. 12



Klasyczne punkty przecięcia są:

$a_1 = 0 \qquad b_1 = 0$

$a_2 = 1 \qquad b_3 = \frac{\quad}{\quad}$

$b_2 = 0 \qquad a_4 = \frac{\quad}{\quad}$

$b_4 = 1 \qquad a_4 = 1$

co odpowiada znanym klasycznym ewentualnościom:

Jeśli niema A, nie może być B

" jest A, może być B

" niema B, może być A

" jest B, musi być A

Ścisłość związku warunkowego mierzy się wzorem :

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\quad}{\quad}}$$

§ 33 W y k l u c z a n i e .

Związek wykluczania / exclusio / powstaje przy relacyi:

$$\varepsilon = 0$$

Równanie ekskluzyi opiewa:

$$b = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} a$$

$$a = \frac{\quad}{\quad} - \frac{\quad}{\quad} b$$

Analityczny sprawdzian:

$$K = \quad - K$$

$$L = \quad - L$$

Tor I (Fig 13) przechodzi przez róg R, tor II przez róg Q, neutralny punkt leży poniżej poprzecznej przekątni QR $(\alpha + \beta < 1)$

Klasyczne punkty przecięcia:

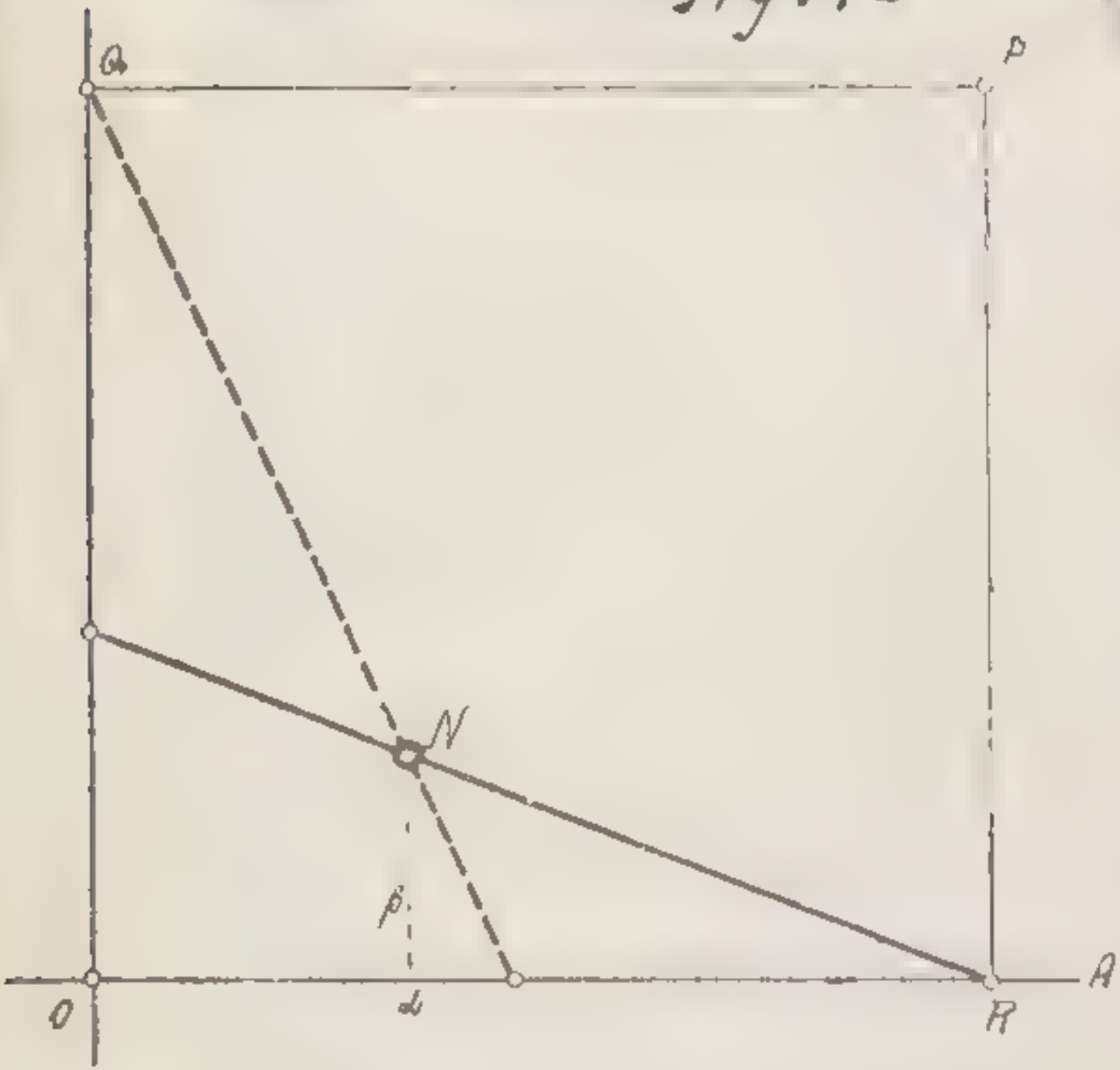
$a_1 = 0 \qquad b_1 = \frac{\beta}{1-\alpha}$

$a_2 = 1 \qquad b_2 = 0$

$b_3 = 0 \qquad a_3 = \frac{\quad}{1-\beta}$

$b_4 = 1 \qquad a_4 = 0$

Fig. 13



Słowami:

Jeśli niema A, może być B
" jest A, nie może być B
" niema B, może być A
" jest B, nie może być A

Ścisłość związku:

$$\delta = -\sqrt{\frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)}}$$

§ 34 Zastępowanie.

Czwarty wreszcie wypadek związku klasycznego, zastępowanie / substitutio, minimalitas /, ma miejsce, gdy

$$\alpha = \alpha + \beta - 1$$

Zjawiska są tu w ten sposób ze sobą związane, że nigdy obu naraz brakować nie może, że co najmniej jedno z nich istnieć musi. Stąd drugie miano: "minimalności".

Hipotetyczne dwurównanie opiewa:

$$b = 1 - \frac{1-\beta}{\alpha}\, a$$

$$a = 1 - \frac{1-\alpha}{\beta}\, b$$

Analityczna charakterystyka:

$$K - 1$$

$$L - 1$$

Tor I (Fig 14) przechodzi przez róg Q, tor II przez róg R. Neutralny punkt leży powyżej poprzecznej przekątni QR $(\alpha + \beta < 1)$

Klasyczne koordynacye:

$a_1 = 0$ $\quad b_1 = 1$

$a_2 = 1$ $\quad b_2 = \frac{\alpha + \beta - 1}{\alpha}$

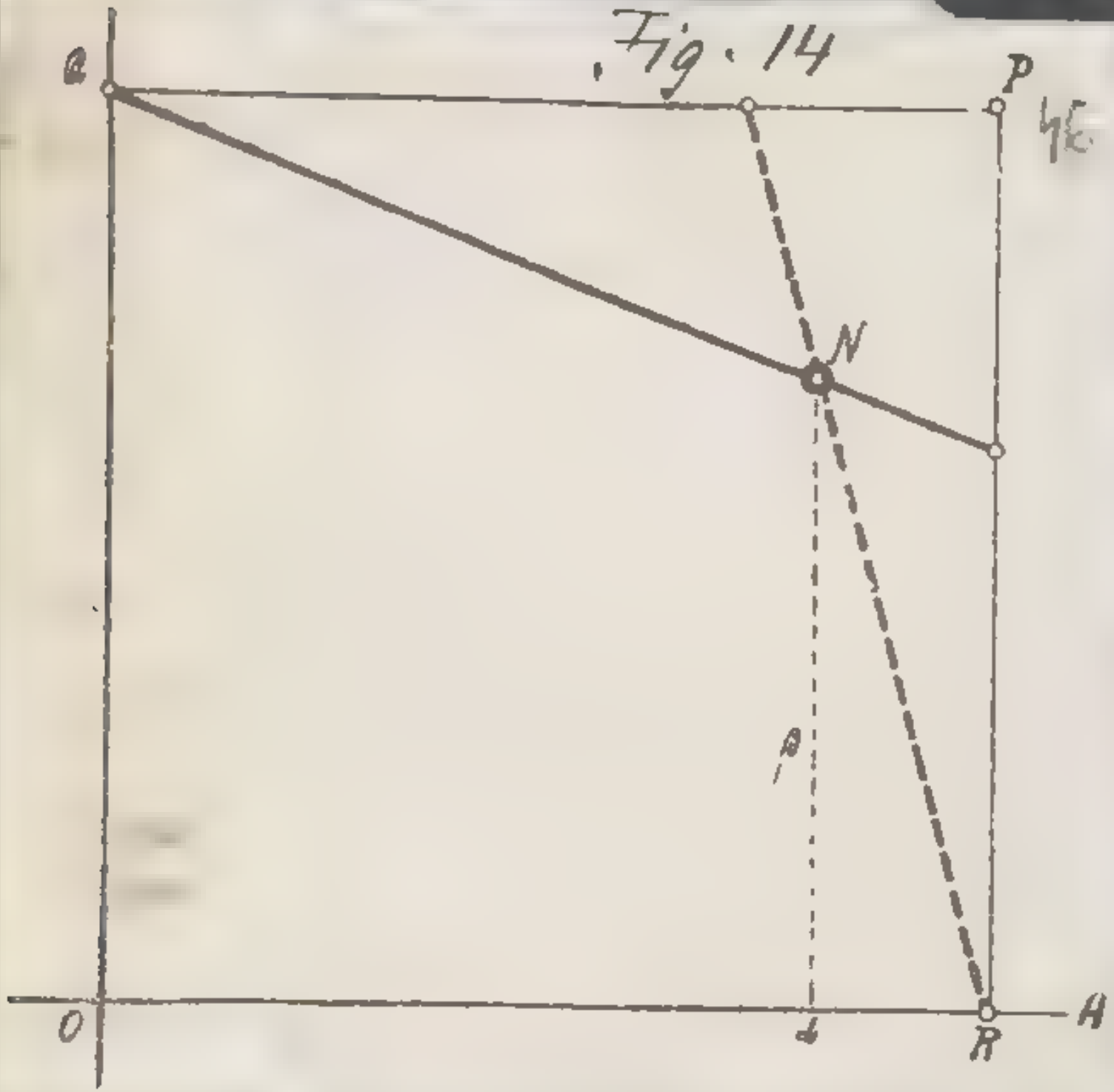
$b_3 = 0$ $\quad a_3 = 1$

$b_4 = 1$ $\quad a_4 = \frac{\alpha + \beta - 1}{\beta}$

Słowami:

Jeśli niema A, musi być B
" jest A, może być B
" niema B, musi być A
" jest B, może być A.

Fig. 14



Ścisłość związku:

$$r = -\sqrt{\frac{\quad}{\quad}}$$

§ 35. Konwersye.

Przypatrzmyż się raz jeszcze czterem zasadniczym odmianom klasycznego związku, dla których też cztery, / poczęści nowe / ideograficzne wprowadzimy znaki:

$<$ $>$ $\wedge$ $\vee$ *)

„A wymaga B" pisać będziemy symbolicznie: $A < B$
„A warunkuje B" " " " $A > B$
„A wyklucza B" " " " $A \wedge B$
„A zastępuje B" " " " $A \vee B$

Wszystkie te cztery związki uważać musimy za równorzędne. Każdy z nich może dowolnie zamieniony zostać na każdy z pozostałych. Oto:

Tabelka konwersyi. **)

		Wymaganie	Warunkowanie	Wykluczenie	Zastępowanie
	wymagania	$A < B$	$A' < B'$	$A < B'$	$A' < B$
może być	warunkowania	$A' > B'$	$A > B$	$A' > B$	$A > B'$
wyrażonem	wykluczania	$A \wedge B'$	$A' \wedge B$	$A \wedge B$	$A' \wedge B'$
w formie	zastępowania	$A' \vee B$	$A \vee B'$	$A' \vee B'$	$A \vee B$

Kluczem wszystkich tych konwersyi jest, jak widzimy, negacya. Wystarczy w tym celu podstawić pod pojęcie A albo B albo oba podwójne ich zaprzeczenie (względnie pod probabilne ich wartości suplementarną wartość prawdopodobieństw przeciwnych) aby równanie jednego klasycznego związku przybrało kształt drugiego. Opieram się pokusie przeprowadzenia dowodu na wszystkie powyższe konwersye, co dałoby ~~funkcyonalnym naszym~~

*) Znane i używane w logistyce dzisiejszej są znaki implikacyi $<$ i substytucyi $\vee$; ten ostatni u Russell'a. Warunkowanie i wykluczanie nie posiadają dotąd własnych znaków.

**/ Kreska dołączona do znaków oznaczających i w dalszym ciągu negacyę przeciwieństwo zjawiska. Znak „ A'" znaczy :„non - A".

wzorom sposobność do zwycięzkiego przetrwania dwunastu nowych prób ważności. Zadowolimy się jednym tylko na oślep wybranym przykładem np. zamianą implikacyi na ekskluzyę. Mając dany sobie wzór (§ 31) :

$$\underline{b} = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{1 - \beta}{1 - \alpha}\,\underline{a}$$

$$\underline{a} = \frac{\alpha}{\beta}\,\underline{b}$$

podstawiamy :

$$\underline{b} = 1 - \underline{b}'$$

$$\beta = 1 - \beta'$$

i otrzymujemy :

$$\underline{b}' = \frac{\alpha'}{1 - \alpha} - \frac{\beta'}{1 - \alpha}\,\underline{a}$$

$$\underline{a} = \frac{\alpha}{\beta'} - \frac{\alpha}{\beta'}\,\underline{b}'$$

a więc dwu - równanie wykazujące typową budowę ekskluzyi (§ 33) z tą jedynie różnicą, że w tym wypadku wykluczają się nawzajem nie zjawiska A i B, ale A i nie- B.

Ta właśnie możność i łatwość konwersyi tłómaczy nam, dlaczego mowa nasza ~~mogła~~ obchodzić się ~~jednym tylko~~, (implikacyjnym) łącznikiem: „ jeśli - to ", ~~jakkolwiek~~ myśl nasza i potrzeba porozumienia wszystkie cztery klasyczne obejmuje związki. Gramatyczna ta jednostronność pociągnęła za sobą myślową. Idąc tropem słowa, zbyt skłonni jesteśmy utożsamiać związek implikacyjny z hipotetycznym wogóle. „Zasadniczym stosunkiem / la relation fondamentale / powiada Couturat w jakim „stać do siebie mogą dwa sądy, jest implikacya ". Że tak nie jest, że każdy ze związków klasycznych, gdyby tylko posiadał swoisty gramatyczny wyraz, mógłby równie dobrze być uważany za „zasadniczy", o tem świadczy rozjemcza (dysjuktywna ~~[illegible]~~, łącznikiem „albo" spięta) forma zdania, za pomocą której możemy przebrać w szatę

substytucyi wszystkie trzy pozostałe relacye. (Ob. najniższy szereg konwersyjnej naszej tabelki). Warunkowanie i wykluczanie nie posiadają niestety własnego gramatycznego wyrazu.

Że jednak upośledzenie to pozbawione jest wszelkiej głębszej racyi i musi być uważane za dzieło przypadku („grammatischer Laune " jak powiedziałby Marty), o tem najwymowniej świadczy logika algebraiczna sprowadzająca wszystkie dostępne jej związki do wspólnego wzoru „inkonsystencyi" - t.j. ekskluzyi.

§ 36. Związki wzajemne i odwrotne.

Rzut oka na równanie i obraz ekskluzyi (§ 33) poucza nas, że wykluczanie jest stosunkiem wzajemnym. „A wyklucza B" znaczy to samo, co „B wyklucza A". Symbolicznie:

$$(A \wedge B) = (B \wedge A)$$

To samo odnosi się do związku substytucyi (§ 34). „A zastępuje B" i „B zastępuje A" - to jedno i to samo. W symbolach:

$$/ A \vee B / = / B \vee A /$$

Natomiast dodatnie relacye wymagania i warunkowania stoją do siebie w stosunku innym zgoła, które nazwiemy odwrotnym. Sąd: „A wymaga B" jest równoznaczny z sądem : „B warunkuje A". W symbolach:

$$(A < B) = (B > A)$$

Przypomina się tu żywo matematyczną nierówność, której człony mieniając musimy równocześnie obrócić znak nierówności.

§ 37. Związki złożone.

Jeżeli powiedziałem powyżej, że istnieją cztery i tylko cztery związki klasyczne, to nie wyklucza to bynajmniej dalszych jeszcze form tego typu, które wszakże powstają, jako specyalne wypadki, przez kombinacyę t.j. równoczesne istnienie dwóch albo kilku związ-

ków zasadniczych, co wyraża się analitycznie żądaniem, aby równanie funkcyonalne dwom albo kilku naraz kryteryum czyniło zadość.

§ 38 Związki podwójne.

Z czterech elementów zasadniczych możemy, jak wiadomo, utworzyć sześć podwójnych kombinacyi, między któremi wszakże dwa różne bardzo możliwe są typy. Mam tu na oku z jednej strony te wypadki, w których oba wchodzące w skład połączenia związki równego, dodatniego lub ujemnego są znaku (§ 10), z drugiej strony te, w których znak jest odmienny. Doniosłość tej różnicy z następującego wynika rozważania.

Oba łączące się związki dotyczą jednej i tej samej pary zjawisk, A i B, wskutek czego określony współrzędnemi α i β neutralny punkt wspólny jest wszystkim torom w skład danej funkcyi wchodzącym. Idzie o to, czy możliwą jest rzeczą, wybrać wartość trzeciego parametru ε (od którego, jak wiemy nachylenie torów zależy) tak, aby poszukiwana funkcya obu naraz odpowiadała wymaganiom. Przy związkach równego znaku jest to możliwem; możemy mianowicie wybrać wartość ε tak, aby oba nachylenia jednaką przybrały wartość. Przy związkach różnego znaku jest to niemożliwem. Nachylenie prostej nie może być równocześnie dodatniem i ujemnem. chyba tam, gdzie oba pęki ze sobą się stykają, w granicznym wypadku nachylenia = 0. Jestto, jak wiemy (§ 10) symptom niezależności, ~~znak związku~~, co sprzeciwia się założeniu. Rozwiązanie leży poprostu w tem, że rezygnując z funkcyonalnej linii, musimy zadowolić się ~~punktem funkcyonalnym, koordynacyjnym raczej. Jest nim~~ z natury rzeczy wspólny wszystkim torom neutralny punkt N, którego położenie ~~określa ów właśnie, specyalny wypadek, który obu typom zależności~~ czyni zadość.

charakteryzuje dany związek

Po tego samego naturalnie wyniku dochodzimy analityczną drogą przyjmując ważność dwóch równocześnie

założeń.

Przejdźmyż po kolei najpierw dwa wypadki pierwszego typu a następnie cztery wypadki drugiego.

§ 39. Łączność. / conjunctio /

Jeżeli zjawisko A wymaga a równocześnie warunkuje zjawisko B, mamy przed sobą podwójny związek łączności / nierozłączności, konjunkcyi /. Symbolicznym jego wyrazem będzie u nas znak: $\times$.

$$/ A \times B / - / A < B / \cdot / A > B /$$

Analitycznym warunkiem łączności będzie spełnienie obu naraz postulatów / §§ 31, 32 /:

$$\text{[illegible]} - \text{[illegible]}$$

$$\text{[illegible]} -$$

względnie czterech naraz kryteryów :

$$K - N - 1$$

$$L - 0$$

$$K - 0$$

$$L + N - 1$$

Ogólne hipotetyczne dwurównanie :

$$\underline{a} - \underline{b}$$

$$\underline{b} - \underline{a}$$

zlewa się wtedy w jedno zwykłe algebraiczne równanie

$$\underline{a} - \underline{b}$$

w którem każda z obu zmiennych może być dowolnie braną za argument lub za funkcyę. Oba tory zlewają się wtedy w jeden wspólny dwu-tor biegnący wzdłuż głównej przekątni prostokątnego kwadratu, o którym to wypadku powyżej już / § 21 Fig 6 / była mowa.

Cztery klasyczne punkty przecięcia / przynależności / będą wtedy:

$a_1 = 0$ $\qquad$ $b_1 = 0$

$a_2 = 1$ $\qquad$ $b_2 = 1$

$b_1 = 0$ $\qquad$ $a_1 = 0$

$b_2 = 1$ $\qquad$ $a_2 = 1$

Słowami:

Jeśli niema A, nie może być B

" jest A, musi być B

" niema B, nie może być A

" jest B, musi być A

Ścisłość związku łączności wyraża się skrajną wartością:

$$\xi - + 1$$

§ 40. Rozłączność / disjunctio, obversio /

Połączenie obu ujemnych związków wykluczania i zastępowania daje dwu-związek „rozłączności" także „dysjunkcyą", „obwersyą", „alternatywą" zwanej. Symbolicznym dwu-związku tego wyrazem będzie u nas znak: $\veebar$

$$(A \veebar B) = (A \wedge B)(A \vee B)$$

Analityczne znamiona / §§ 33.34/

$$= 0$$

$$= + \quad - 1$$

albo:

$$M - - K$$

$$N - - L$$

$$K - 1$$

$$L - 1$$

które przyjmując otrzymujemy specyalne dwurównanie:

$$b - 1 - a$$

$$a - 1 - b$$

Tożsamość obu relacyi pozwala nam ściągnąć je w jedno zwykłe, algebraiczne równanie:

$$a + b - 1$$

Geometryczny obraz dwutoru tego widzieliśmy już poprzednio / § 21 Fig 7 /.

Cztery klasyczne przynależności są:

$\underline{a} = 0 \qquad \underline{b} = 1$

$\underline{a} = 1 \qquad \underline{b} = 0$

$\underline{b} = 0 \qquad \underline{a} = 1$

$\underline{b} = 1 \qquad \underline{a} = 0$

Słowami:

Jeśli jest A, nie może być B

" niema A, musi być B

" jest B, nie może być A

" niema B, musi być A.

Ścisłość związku mierzy się wyrazem:

$$\xi = -1$$

§ 41 Dalsze cztery dwu-związki.

Przejdźmyż teraz po kolei dalsze cztery dodatnio-ujemne dwu-związki, przy których, właśnie wskutek przeciwnego znaku (§ 38), zamiast linii funkcyonalnej jeden tylko (neutralny) występuje punkt, t. j. jedno samoistne bytowe określenie.

1. $(A \lessgtr B) = (A < B)(A \wedge B)$

A wymaga B i wyklucza je równocześnie.

Odpowiada to podwójnemu postulatowi:

$$\xi = \infty$$

$$\xi = 0$$

Podstawiając wartości te w ogólną hipotetyczną funkcyę otrzymujemy:

$$\underline{b} = \infty$$

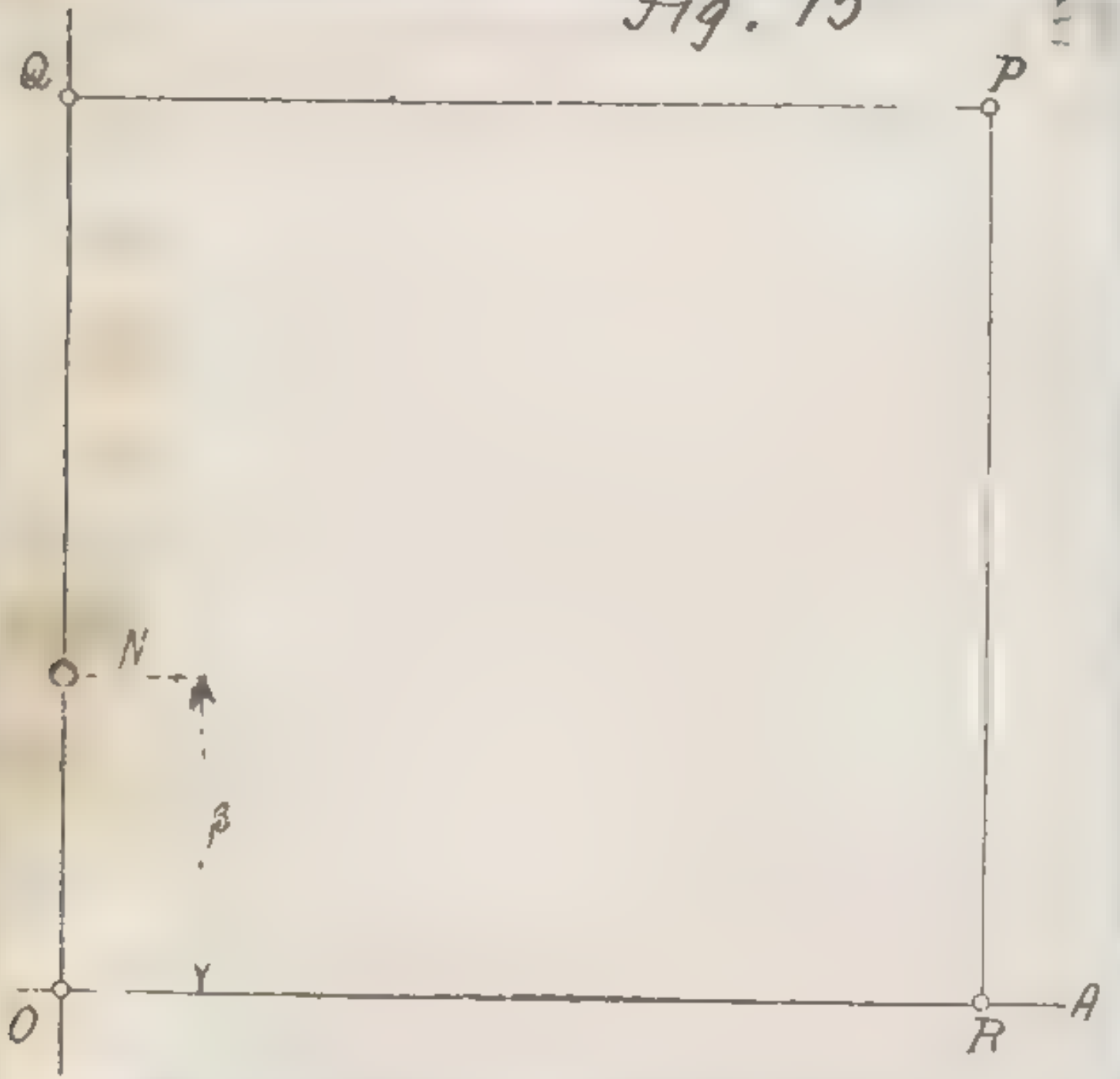
$$\underline{a} = 0$$

To są współrzędne neutralnego punktu, który w danym wypadku leży (Fig 15) na osi O B w odległości β od O. Słowami: „Zjawisko A jest niemożliwe, zjawisko B posiada normalny swój (absolutny) stopień prawdopodobieństwa.

2. $(A \gtrless B) = (A > B)(A \wedge B)$

A warunkuje B i wyklucza je równocześnie.

Fig. 15



Postulat:

$$[illegible] = [illegible]$$

$$[illegible] = 0$$

prowadzi do wyniku:

$$\underline{b} = 0$$

$$\underline{a} = [illegible]$$

Jedyny punkt, który wymaganiu temu zadość czyni, jest punkt neutralny leżący w tym wypadku na osi O A w odległości α od O_1 (Fig. 16).

Słowami: Zjawisko B jest niemożliwe, zjawisko A posiada normalny stopień prawdopodobieństwa.

3. $/ A \prec B / = (A < B) (A \vee B)$

<u>A wymaga B i zastępuje je równocześnie.</u>

Logometryczne kryteryum :

$$[illegible] = [illegible]$$

$$[illegible] + [illegible] - 1$$

Podstawiając specyalne te wartości w ogólne hipotetyczne dwu-równanie otrzymujemy:

$$\underline{b} = 1$$

$$\underline{a} = [illegible]$$

Neutralny punkt (Fig 17). leży na ścianie Q P probabilnego kwadratu w odległości [illegible] od Q. Zjawisko B jest konieczne, zjawisko A posiada normalny stopień prawdopodobieństwa.

4. $/ A \succ B / = (A > B) / A \vee B)$

<u>A warunkuje B i zastępuje je równocześnie.</u>

Postulat :

$$[illegible] = [illegible]$$

$$[illegible] + [illegible] - 1$$

prowadzi do wyniku:

$$\underline{b} = [illegible]$$

$$\underline{a} = 1$$

18) Punkt leży na ścianie P B w odległości [illegible] od B. Zjawisko A jest konieczne, zjawisko B posiada normalny stopień prawdopodobieństwa.

Fig. 16

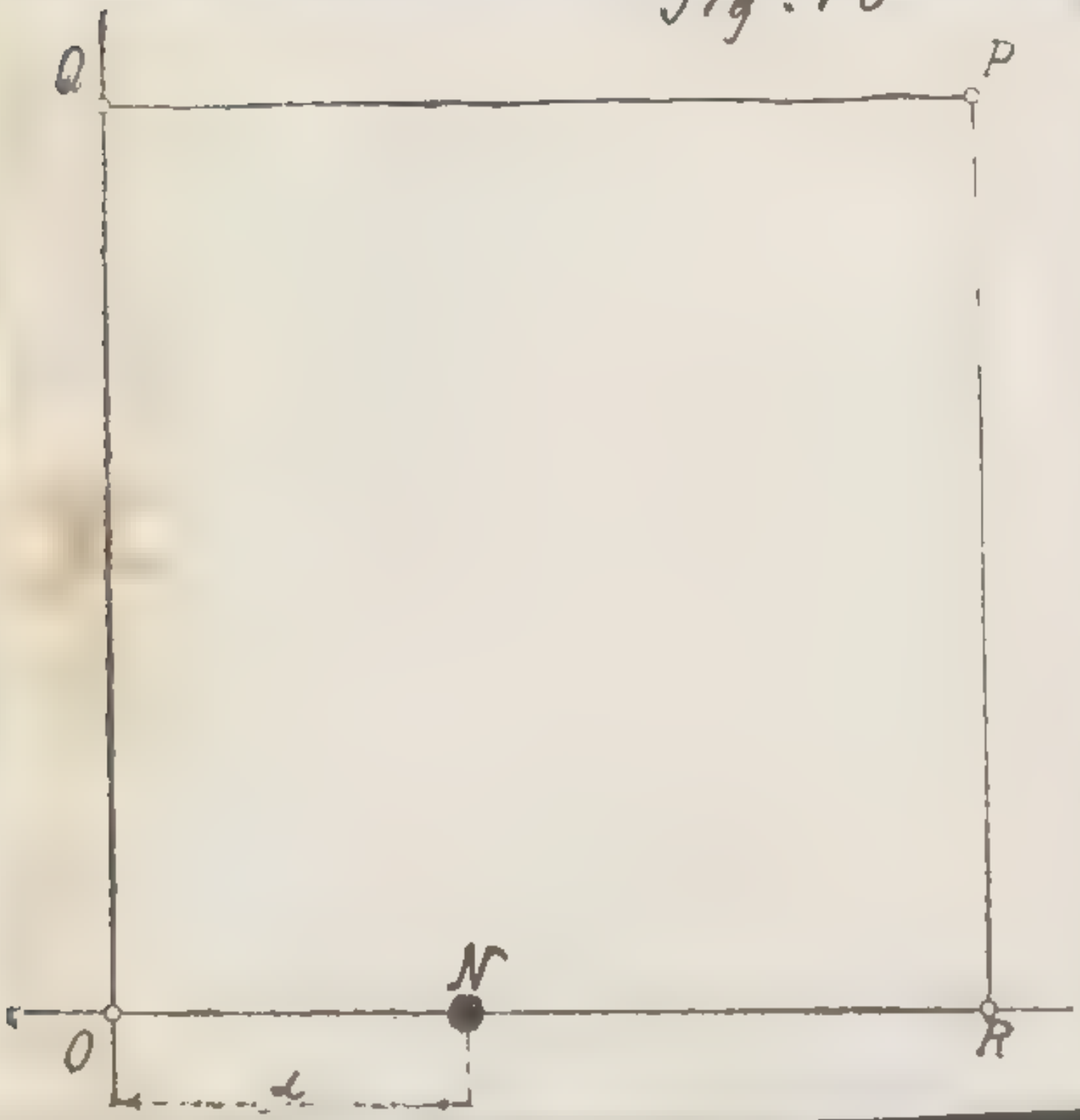


Fig. 17

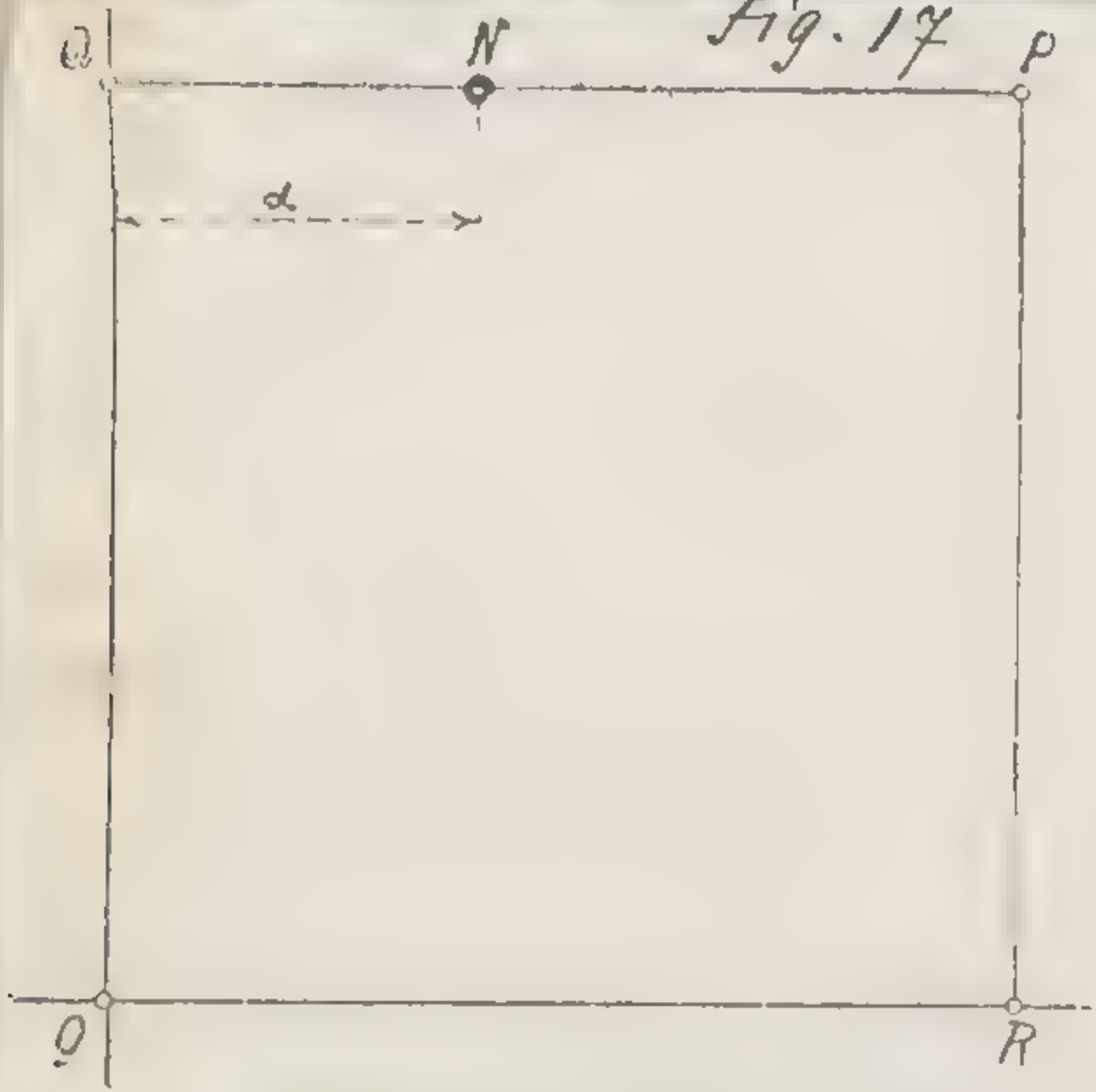
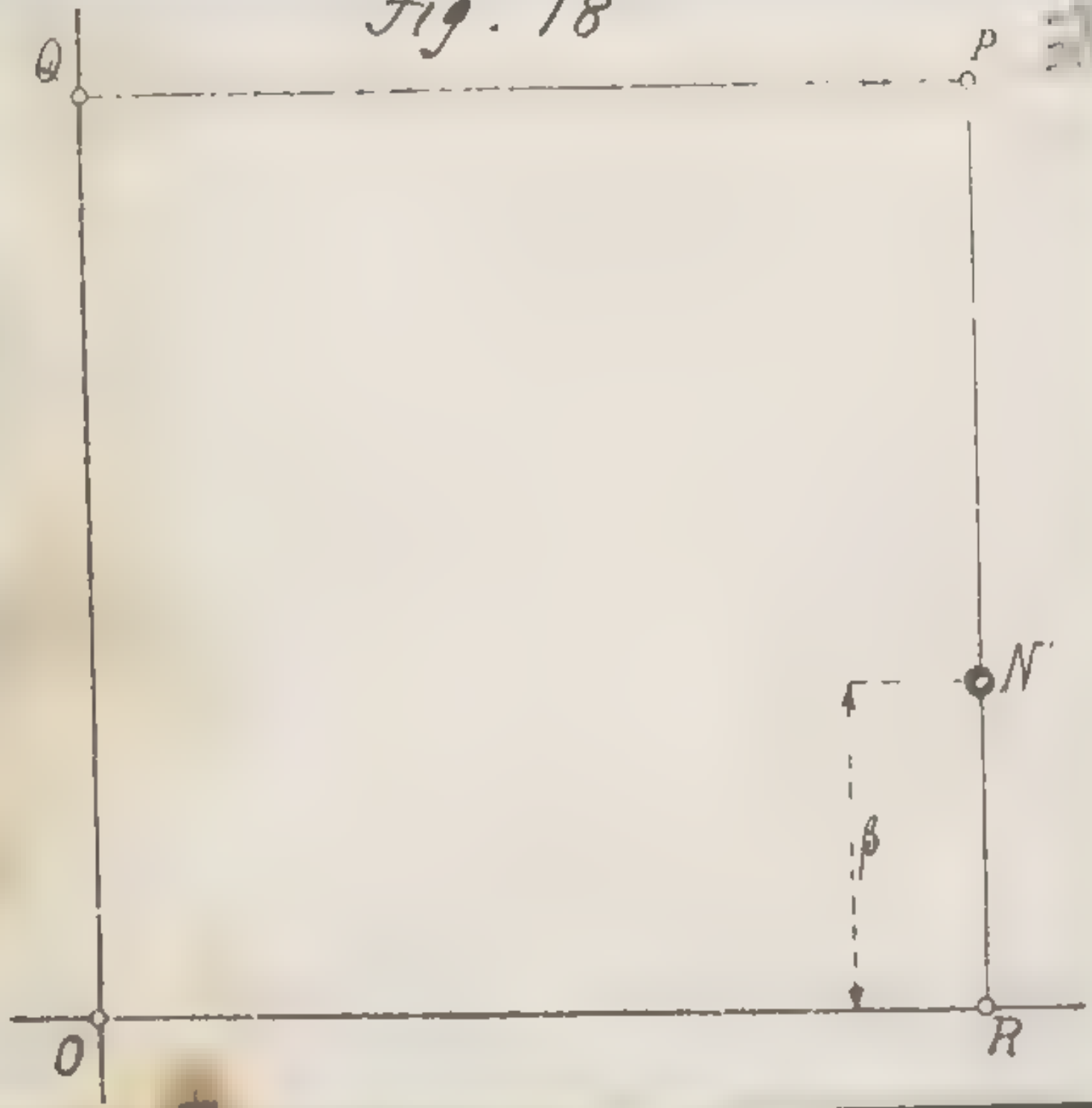


Fig. 18



§ 42. Związki potrójne.

Z czterech elementów możemy utworzyć $\frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} = 4$ trójczłonowe kombinacye.

Taka jest zatem liczba potrójnych klasycznych związków. Ponieważ nie mamy trzech związków jednego znaku, linia funkcyonalna kurczy się i tu do wymiarów jednego (neutralnego) punktu. który wszakże leżeć teraz musi w jednym z czterech rogów probabilnego kwadratu. Odpowiada to dwom pełnym bytowym określeniom.

1. $(A \times B) = (A < B)(A > B)(A \wedge B)$

A wymaga, warunkuje i wyklucza B.

$$\xi = \infty$$
$$\eta = 0$$
$$\zeta = 0$$

z czego wynika:

$$b = 0$$
$$a = 0$$

A jest niemożliwe i B jest niemożliwe. Położenie neutralnego punktu przedstawia Fig. 19. Jestto jedyna możliwość czyniąca zadość wszystkim trzem postulatom.

2. $(A \times B) = (A < B)(A > B)(A \vee B)$

A wymaga, warunkuje i zastępuje B.

$$\xi = 0$$
$$\eta = 1$$
$$\zeta = \eta + \xi = 1$$

Z czego wynika:

$$b = 1$$
$$a = 1$$

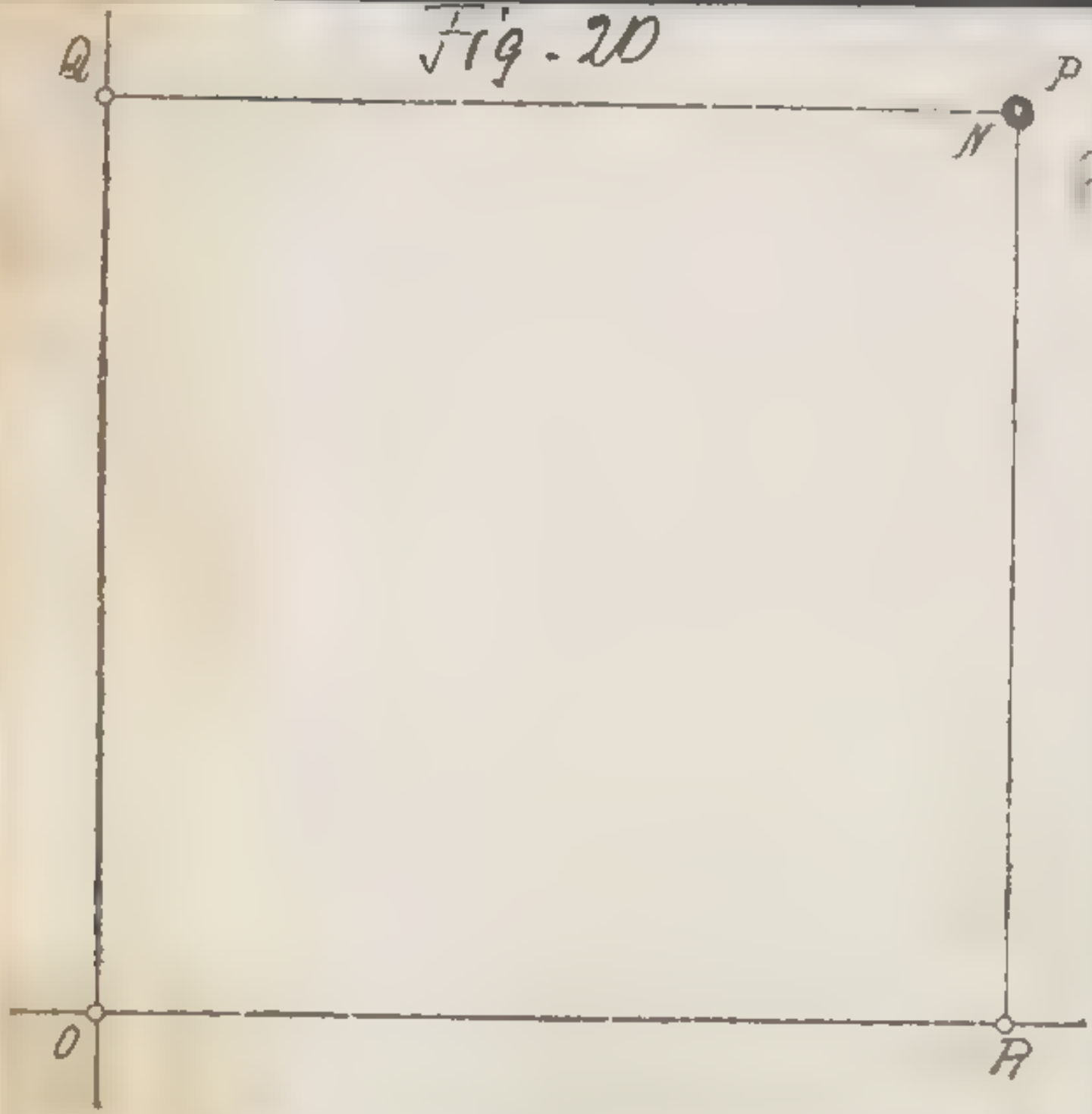
Słowami: B jest konieczne i A jest konieczne.

W geometrycznym obrazie: Fig. 20. Zwracam przytem uwagę, że ostatnie dwa trój-związki mają wprawdzie zewnętrznie wiele podobieństwa do podwójnych określeń współbytu i współbraku a jednak utożsamiane z tamtemi być nie mogą. Tam mamy przed sobą dwa nagie fakty bytu wzgl. nie-bytu i nic więcej. Tutaj dołącza się trzeci jeszcze fakt wewnętrznego między zjawiskami związku, z którego właśnie owe oba fakty bytu wzgl. nie-bytu

Fig. 19

60

Fig. 20



z logiczną wynikają konieczności.

3. $(A \times B) = (A < B)(A \wedge B)(A \vee B)$

A wymaga, wyklucza i zastępuje B.

Logometryczny sprawdzian:

$$= 0$$

$$= 1$$

Wynika stąd:

$$b = 1$$

$$a = 0$$

B jest konieczne, A jest niemożliwe. Obrazowe przedstawienie daje Fig. 21.

4. $(A \times B) = (A > B)(A \wedge B)(A \vee B)$

A warunkuje, wyklucza i zastępuje B.

Logometrycznie :

$$= 0$$

$$= 1$$

Wynika stąd:

$$b = 0$$

$$a = 1$$

B jest niemożliwe, A jest konieczne.

W geometrycznym obrazie Fig. 22 .

§ 43 Związek poczwórny.

Związek poczwórny:

$$A \times B$$

obejmujący wszystkie cztery elementy naraz zawiera, jak łatwo się przekonać, sprzeczność wewnętrzną i nie posiada wskutek tego w obrębie realnych możliwości nic, coby mu odpowiadało.

§ 44 Zestawienie.

Dla jaśniejszego przeglądu zestawiam wszystkie wyliczone powyżej, klasyczne rodzaje związków w następującej tabelce. Jest ich razem 16, o ile wliczymy

Fig. 21

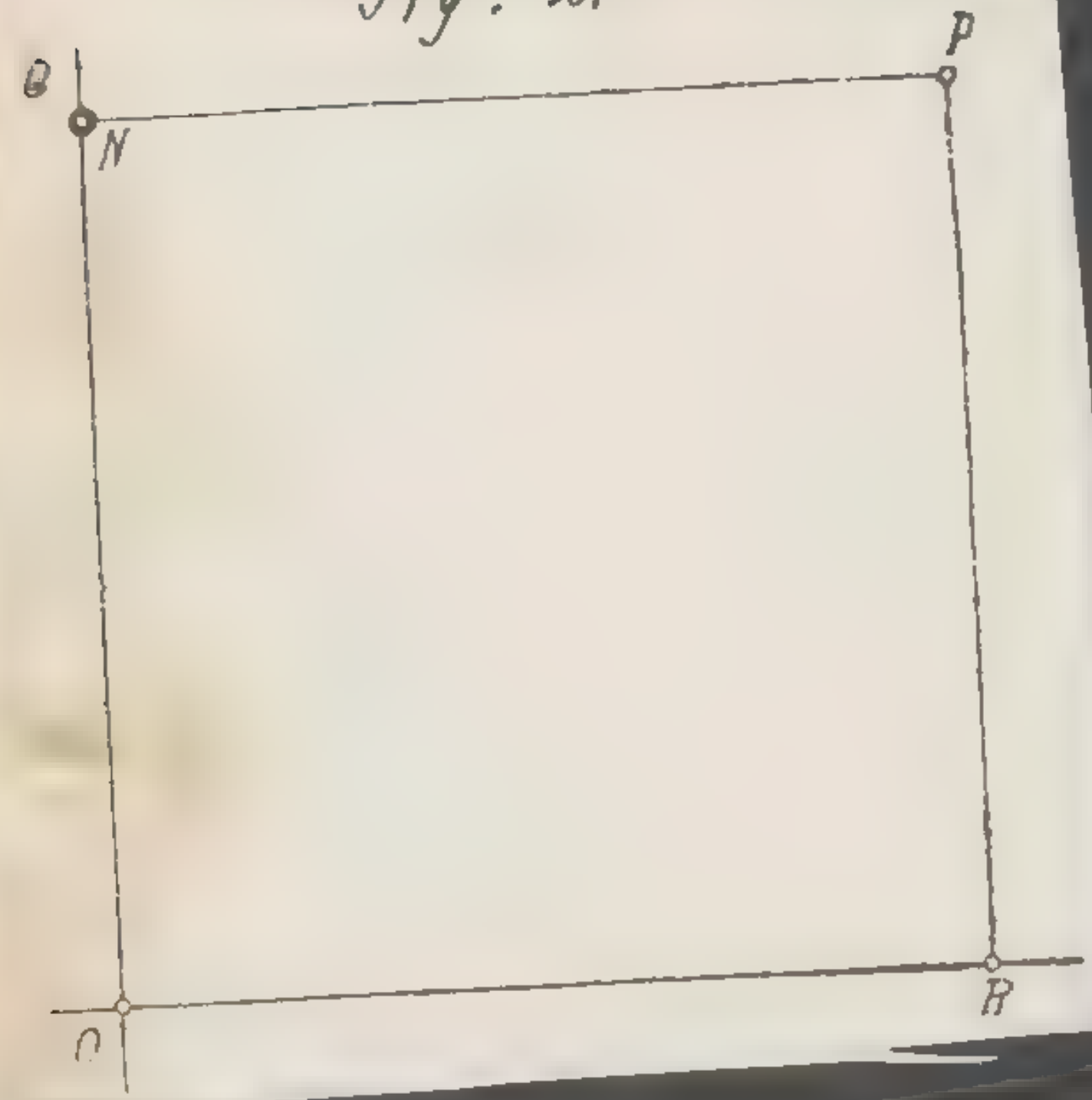
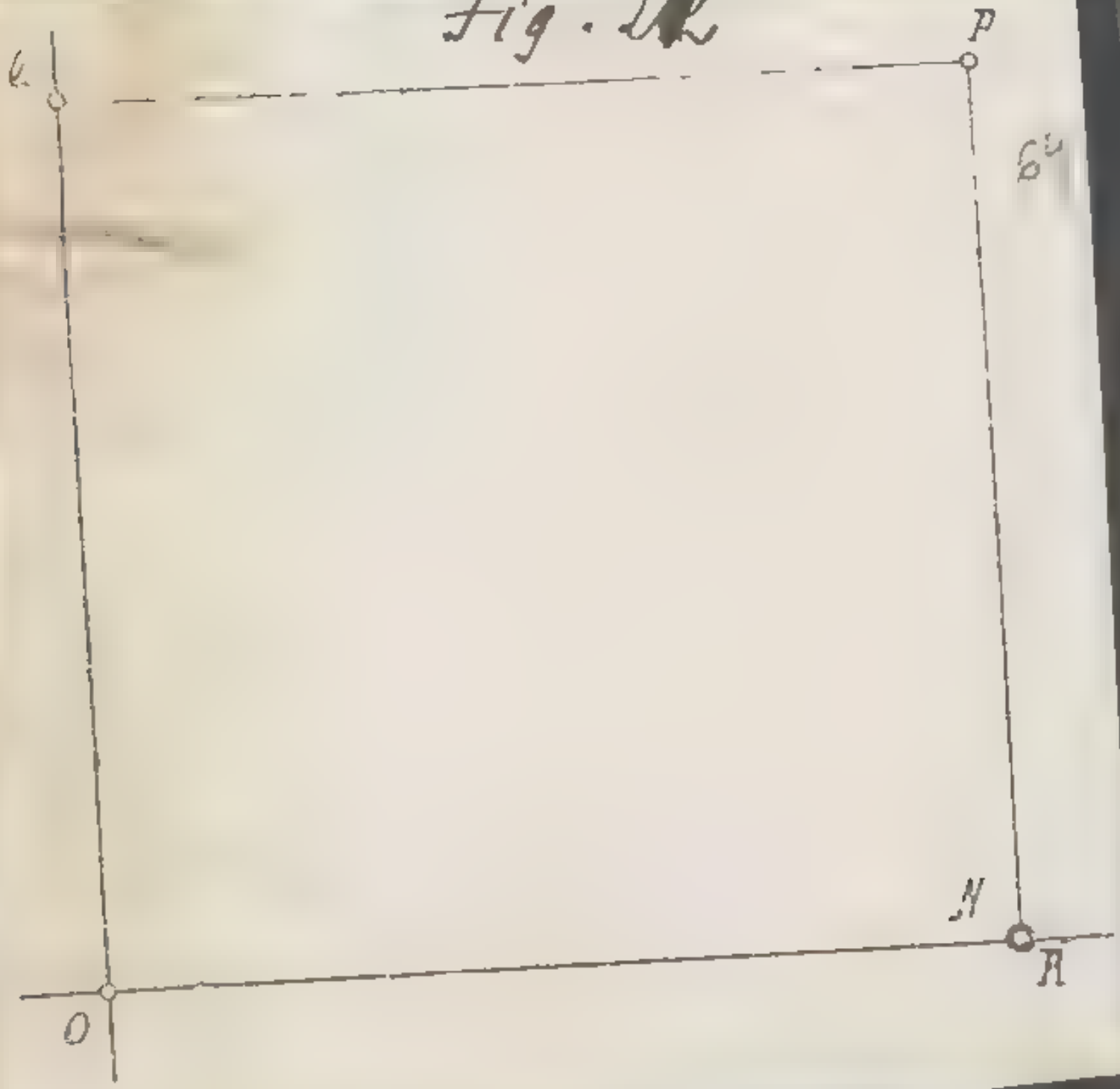


Fig. 28



w ich począt

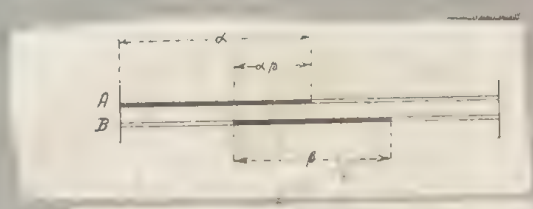
~~nich~~ dwa skrajne wypadki tj. wspomniany przed chwilą (niemożliwy w rzeczywistości) związek poczwórny z jednej strony z drugiej zaś ~~taką~~ relacyę, ~~która obejmuje~~ 0 klasycznych związków. Jestto wypadek zupełnej niezależności obu zjawisk.

Do każdego wypadku dołączam schematyczny szkic wykazujący odnośny układ obu zakresów: zjawiska A w górnej linii, zjawiska B w dolnej. Sposób, w jaki obie pełne linie zachodzą na siebie, jest zakresowym ~~wykładnikiem~~ obrazem danego związku.

Tabelka związków klasycznych .

Niezależność .

A B –



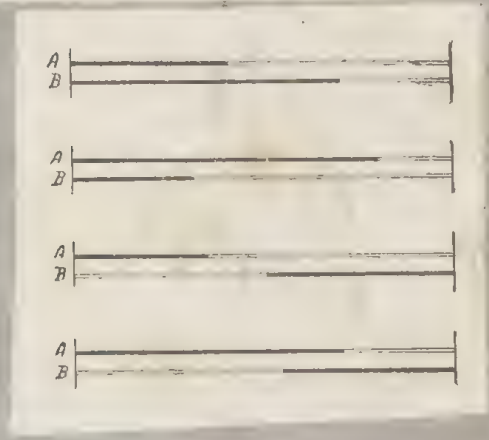
Związki pojedyncze .

A B –

A B –

A B – 0

A B – – – 1



Związki podwójne .

A B – –

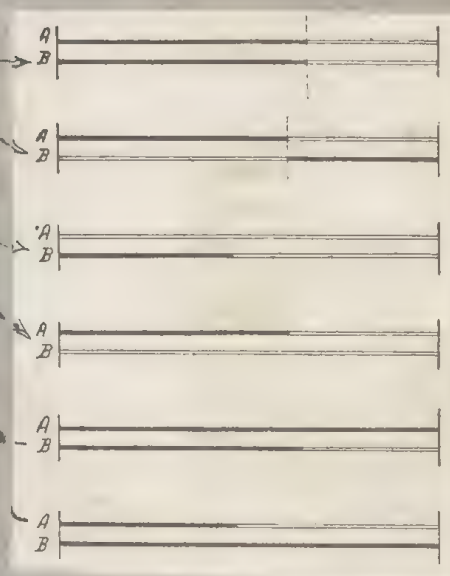
A B – 0 – – – 1

A B – – 0

A B – – 0

A B – – – – 1

A B – – – – 1



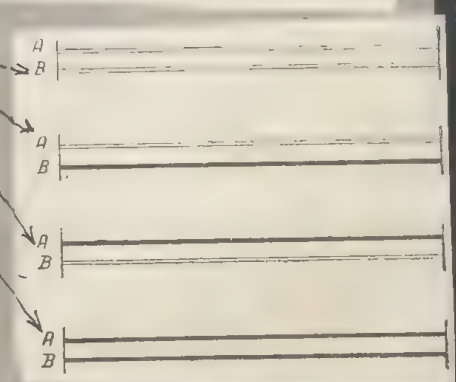
Związki potrójne .

A B – – – – 0

A B – – – – – – 1

A B – – 0 – – – 1

A B – – 0 – – – 1



Związek poszkólny .

A B - - - - 0 - - - - 1

IV. Stosunki.

§ 45 Stosunki logiczne.

Rozróżniliśmy powyżej (§ 8) zachodzące między przedmiotami relacye na stosunki i związki, z których pierwsze określają zależność wzajemną dwóch treści, drugie zależność dwóch bytowych wartości. Jednakość, różność, podobieństwo, równość, większość, odległość, następstwo itp. - to stosunki. Powodowanie, wymaganie, warunkowanie, wykluczanie, zastępowanie, łączność - to związki.

Wśród nieprzebranej rozmaitości stosunków, jakiej dostarcza nam rzeczywistość, możemy znów odróżnić stosunki specyalne, niektórym tylko treściom właściwe (jako to: czasowe, przestrzenne, liczebne (rodzinne, społeczne, kupieckie) itp.) i stosunki ogólne, które wszystkich bez wyjątku dotyczyć mogą przedmiotów. Takim jest np. stosunek inherencyi, sprzeczności, przeciwieństwa itp. One to właśnie, te ogólne stosunki - nazwiemy je logicznemi - były od wieków przedmiotem ogólnej („formalnej") nauki myślenia czyli „logiki", która też bardzo ważnych na ten temat nauczyła nas transpozycyi.

§ 46 Zakresowe ujęcie przedmiotu.

Stało się to przeszło dwadzieścia trzy wieków temu za sprawą wielkiego Stagiryty, z którego koncepcyą zbyt już oswoiliśmy się, aby oceniać należycie całą jej genialność i przewrotowość. Przeróbka niby nieznaczna. Zamiast powiedzieć „Liść jest zielony" mówimy „Liść należy do rzeczy zielonych". Zamiast „Brutus zabił Cezara" powiadamy: „Brutus należy do klasy, grupy, zbioru zabójców Cezara". „Ta linia nie jest elipsą" znaczy dla nas tyle co: „Klasa elips nie obejmuje tej linii" itp. itp. Sprowadziwszy w ten sposób wszystkie, najrozmaitsze treścią swą (jakościowe, ilościowe, bytowe, relacyonalne) orzeczenia do jednego wspólnego klasyfika-

cyjnego wzoru, opanowuje nim klasyczna logika nieskończoną rozmaitość zjawisk, przyczem ogólne prawa sądu, dedukcyi, syllogizmu naczne niejako, topologiczne znajdują uzasadnienie. Nowoczesna logika biorąca za podstawę aksiomatyki swej i symboliki teoryę klas recte zakresów jest dalszem jedynie rozwinięciem Arystotelesowskiego założenia. Znany stosunek odwrotności, jaki zachodzi między treścią a zakresem pojęć, umożliwia taką generalną transpozycyę ogólno- treściowych stosunków na ogólno-zakresowe.

§ 47. Bytowe ujęcie przedmiotu.

A teraz już tylko krok jeden do nowej i, jak śmiem twierdzić, ogólniejszej ~~zmocnie~~ transpozycyi. Tłómacząc - jak uczyniliśmy to przy wywodzie ogólno-hipotetycznej funkcyi / § 13 / - wielkość i wzajemne położenie zakresów na bytową wartość przynależnych zjawisk, sprowadzamy wszystkie ogólne (logiczne) stosunki, jakie między treściami zjawisk zachodzić mogą, do odpowiednich wypadków bytowo - bytowej zależności.

Uwaczni nam to najlepiej tabelarne zestawienie.

Tabelka

logicznych czyli ogólnych relacyi.

	Związki		Stosunki.	
	idealne hipotetyczne	materyalne przyczynowe	zakresowe	treściowe
A < B	implicatio	powodowanie	podpadanie	subsystencya
A > B	conditio	warunkowanie	obejmowanie	inherencya
A ~ B	exclusio	przeszkadzanie	wykluczanie	negacya
A ∨ B	substitutio	zastępowanie	dopełnianie	komplemencya
A ><< B	conjunctio	łączność	ekwipolencya	tożsamość
A ⊻ B	disjunctio	alternatywa	obwersya	przeciwieństwo

Zestawienie to mówi niejako samo za siebie. Każdemu z klasycznych wypadków hipotetycznej funkcyi odpowiada w dziedzinie zakresowych i treściowych stosunków jakoteż w dziedzinie związków ~~rozumowych~~ pewna osobliwa forma zależności, którą możemy przeto uważać za specyalny wypadek klasycznego związku różniący się od tegoż istnieniem dodatkowych pewnych określeń.

§ 48 **Inkluzya i ekskluzya.**

Ogólny implikacyjny wzór:

$$A \prec B$$

słowami: „jeśli jest A, jest B" może, jak wiadomo, wyrażać także stosunek podpadania (subsumpcyi) zakresu A pod zakres B, czyli obejmowania (inkluzyi) zakresu A przez zakres B.

„Wszystkie A są B"

„Każde A jest B"

„Wszelkie (= którekolwiek) A jest B"

Oto trzy w formie swej różne w istocie zaś jednoznaczne odmiany inkluzyjnej wypowiedzi. Logistycy nowocześni określają, w ślad za Peanem, stosunek inkluzyi wzorem:

$$(x \varepsilon A) \prec (x \varepsilon B)$$

„Jeżeli coś (= jakieś indywiduum) jest A, to jest ono B". Sprowadzają oni w ten sposób stosunek obejmowania jednego zbioru przez drugi do trzech innych pierwotnych jakoby pojęć:

1. nieokreślonego osobnika czyli „zmiennej",

2. przynależności tj. stosunku, w jakim stoi jednostka do obejmującego ją zbioru,

3. hipotetycznego związku implikacyi.

Co do mnie, nie sądzę, aby okrężna ta droga uprzaszczała sprawę i aby była konieczną. Zdaniem mojem odgrywa owa „zmienna", owa „nieokreślona jednostka", w danym wypadku jedynie rolę pełnego a jednakiego dla obu zjawisk określenia czasu i przestrzeni. „Gdzie i kiedy

pełnego punktu w

istnieje treść A tam i wtedy istnieje treść B". Postulat wspólnego logicznego miejsca dodany do ogólnego związku implikacyi „Jeśli jest A, to jest B" przechwyca ogólną bytową relacyę wymagania w specyalny, zakresowy stosunek inkluzyi.

Uzupełniając tedy pojęciową symbolikę moglibyśmy wyrazić dodatkowy postulat wspólności logicznego miejsca znakiem punktu umieszczonego wewnątrz relacyonalnego znaku.

$$A < B$$

znaczy „Jeśli jest A, to jest B", zaś

$$A \dot{<} B$$

znaczy: „gdzie (i kiedy") jest A, tam (i wtedy) jest B".

Związkowi warunkowemu:

$$A > B$$

odpowiada w dziedzinie zakresowej stosunek obejmowania

$$A \dot{>} B$$

„gdzie niema A, niema B".

Połączając ów klasycznego związku wykluczania

$$A \wedge B$$

słowami: „jeśli jest A, niema B" postulat wspólnego punktu, otrzymujemy klasyczny stosunek wykluczania:

$$A \dot{\wedge} B$$

słowami: „Gdzie jest A, tam niema B". W podobny sposób przekształca zmiana łącznika: „Jeśli - to" na „Gdzie - tam" podwójny związek łączności i rozłączności na podwójny stosunek obwersyi.

Sam: [Sab:

$$A \dot{\vee} B$$

słowami: „Gdzie niema A, tam jest B" stwierdza istnienie zakresowego stosunku dopełniania. Zakresy A i B wypełniają tu całą dziedzinę możliwości.

§. 49 Subsystencya. Inherencya.

Ten sam postulat wspólnego punktu wchodzi w grę przy treściowych stosunkach subsystencyi i inherencyi. Cecha bowiem (accidens) występuje zawsze tylko na jakiejś substancyi a więc w jednakiem z nią miejscu i czasie. „Śnieg jest zimny" znaczy tyle co: „Gdzie jest śnieg, tam jest zimno" wzgl. „Gdzie niema zimna, tam niema śniegu".

§. 50 Negacya. Komplementcya.

To samo odnosi się do orzeczeń ujemnych. „A nie jest B" znaczy: „Gdzie jest treść A, tam niema treści B" i odwrotnie. Co naturalnie nie przeszkadza, aby obie treści mogły istnieć czy - to obok siebie czy jedna po drugiej, krótko mówiąc: w rozmaitych logicznych punktach.

Stosunkowi treściowemu negacyi przeciwstawia się symetrycznie inny, takiż stosunek, który w braku właściwego słowa, nazwę komplementcya. „Nie - A jest B" znaczy tyle co: „Gdzie niema (~~treści~~) A tam jest B". Dawno określiłby stosunek ten okresem hipotetycznym: „Jeśli x nie jest A, to x jest B".

§ 51 Jednakość ~~Tożsamość~~. Przeciwieństwo.

Dwie treści połączone ze sobą podwójnie stosunkiem subsystencyi i inherencyi zwiemy identycznemi wzgl. stosunek ich jednakością ~~tożsamością~~. „Gdzie jest A, tam jest B, gdzie niema A, tam niema B".

Jednocząc w podobny sposób stosunki negacyi i komplementcyi, otrzymujemy podwójny stosunek przeciwieństwa. „Gdzie jest A, tam niema B. gdzie niema A, tam jest B". W predykatywnej szacie: „A nie jest B, nie - A jest B."

§. 52 Przyczynowość.

Co się tyczy związków przyczynowych, to różnią się one od hipotetycznej, bytowo- bytowej zależności

dwoma dualistycznemi postulatami a mianowicie:

1. Obie uzależnione od siebie treści są tu (w przeciwieństwie do stosunku inherencyi) odrębnemi całkiem zjawiskami występującemi niemal zawsze w różnych logicznych punktach.

2. Pośredniczy między niemi trzeci, realny ~~czynnik~~ „działaniem" zwany, który, wychodząc od argumentu (pospolicie „przyczyną" zwanego) określa dodatnio lub ujemnie wartość bytową „skutku".

Działanie, jak każda realna sprawa, rozwija się w czasie. Nie znany w obrębie materyalnego świata zmian momentalnych. Wynika stąd w koniecznem następstwie, że przyczyna poprzedza zawsze skutek a skutek następuje po przyczynie. Stąd obowiązkowa różność logicznego punktu, stąd też nazwa „następstwa" (antecedens - consequens) przeniesiona z pierwotnej dziedziny przyczynowego poznania w dziedzinę hipotetycznej, bytowo - bytowej zależności, jakkolwiek ta nie przesądza zgoła czasowego stosunku zjawisk. Nie ulega bowiem wątpliwości, że hipotetyczne nasze pojęcia powstały wtórnie z przyczynowych, przez usunięcie (odrzucenie) z pierwotnej konkretnej ich treści obu materyalnych cech: działania i czasowego następstwa.

W tem oświetleniu możemy uważać przyczynowe powodowanie, warunkowanie, przeszkadzanie i zastępowanie za specyalne, materyalne odmiany hipotetycznego wymagania, warunkowania, wykluczania i zastępowania (pewnych prostych odpowiednich hipotetycznych relacyi) a tak samo podwójne związki przyczynowej łączności i alternatywy za materyalne odmiany hipotetycznego związku konjunkcyi i dysjunkcyi.

§ 53 Funkcyonalność.

W nowszem piśmiennictwie ważną odgrywa rolę pojęcie tzw. funkcyonalności. Wysuwają je zwłaszcza

logistycy i t.zw. filozofowie przyrody z pod znaku Ostwalda i Macha. Wyśliciele tego kierunku zwalczają wręcz odwieczne pojęcie przyczynowości jako przestarzałe i nieścisłe, zastępując je ściślejszem rzekomo pojęciem funkcyi.

Ramy pracy niniejszej nie pozwalają mi na obszerniejszą w tym kierunku polemikę. Zaznaczę jedynie, że akt abstrakcyi, mocą którego możemy usunąć z pojęcia przyczynowości związku materyalne cechy działania i czasu, wyraźniej jeszcze nie usuwa ich z rzeczywistości, gdzie realne czynniki energii, masy i - wszystkim sceptykom - siły, władając po staremu, przyczynową dla funkcyonalnych naszych abstrakcyi stwarzają podstawę. *)

~~Dokończenie nastąpi~~ .xx)

---

*) Nie jest dziełem przypadku, że twórcami funkcyonalnej doktryny byli chemicy. Chemia bowiem jest tą z nauk ścisłych, która dotąd najmniej troszczyła się o czasowe między zjawiskami stosunki.

xx) ~~Obejmować~~ Ona będzie z logometrycznego ~~punktu widz~~ ~~stanowiska sprawę~~ logicznych związków dedukcyi, sylloglizmu i ~~dedukcyi~~.

§ 54 Relacye u Kanta.

Mówiąc o relacyach nie mogę przemilczeć kilku krytycznych uwag, które na podstawie powyższych wywodów nasuwają się niemal same. Chciałbym przedewszystkiem wykazać, po jakich manowcach wodziła genialna dyalektyka Kanta całe pokolenia zaprzysiężonych in verba magistri wyznawców.

[w tym wypadku jak w tylu innych]

Kant dzieli, jak wiadomo, kategorye „relacyi" na trzy równorzędne poddziały:

1. inherencyi i subsystencyi (substantia et - accidens)
2. przyczynowości i zależności (Ursache und Wirkung)
3. wzajemności (der Gemeinschaft, Wechselwirkung zwischen dem Handelnden und Leidenden)

Który to podział znajduje rzekomo jakoby uzasadnienie w trojakiej formie naszych sądów:

1. kategorycznej (= predykatywnej)
2. hipotetycznej
3. dysjunktywnej czyli rozjemczej.

Rzut oka na tabelarne nasze zestawienie wykazuje, jak niedostateczna była na tym punkcie „Krytyka czystego rozumu". Jasnem jest mianowicie, że schemat obejmujący

dwa proste stosunki
dwa proste związki
jeden związek podwójny

nie wyczerpuje ani w przybliżeniu wszystkich relacyonalnych możliwości.

W dalszym ciągu zarzucić musimy królewieckiemu mędrcowi, że utożsamia bezprawnie idealny czysto stosunek racyi i następstwa z materyalnym związkiem przyczyny i skutku. Rzecz tem dziwniejsza, że nie dalej jak parę kartek wpierw zarzuca Kant Arystotelesowi, iż w swej nauce o kategoryach stawia bezprawnie rozmaite specyalne jako to: „zmysłowe" (ubi, quando), „empiryczne" (motus)

„Das Handelnde", „das Leidende" — czyż to nie „actio - passio"?

i „pochodne" (actio, passio) stosunki obok czysto - rozumowych (reine Verstandesbegrife). -

Najgorzej ma się rzecz z systematyczną stroną podziału. Uwiedziony odrębnością gramatycznej formy, przeciwstawia Kant hipotetyczne relacye dysjunktywnym, o których przecie wiemy (§ 34,40), iż są specyalnym jedynie wypadkiem hipotetycznej zależności. Podstawą Kantowskiego trójdziału nie jest zatem ani antyteza: stosunek - związek ani przeciwstawienie prostych relacyi podwójnym. Jest nią poprostu technika mowy, której formy, do praktycznych przedewszystkiem dostosowane celów, nie mogą być brane żywcem za wykładnik logicznych więzy rzeczami stosunków.

§ 55 Wzajemność.

Najciekawszym wszakże jest manowiec, którym szła „Krytyka czystego rozumu" w odniesieniu do kwestyi jedno - i obustronnej zależności. „Przyczynowość" ~~Inherencya~~ jest dla Kanta ~~niej~~ zarówno jak inherencya ~~powodowanie~~ jednostronną tylko relacya: Substancya implikuje cechę, racya ~~powód~~ implikuje następstwo ~~skutek~~ - ale nie odwrotnie. Przy dysjunkcyi natomiast widzimy zależność obopólną: pierwsza alternatywa określa bytem swym lub nie - bytem nie - byt wzgl. byt drugiej tak samo, jak druga pierwszej. „Wzajemność" (die Wechselwirkung) przeciwstawia się tedy, jako osobny całkiem rodzaj zależności, tamtym dwom jednostronnym jakoby jej rodzajom.

Nie potrzeba chyba długich wywodów, aby wykazać całą mylność Kantowskiej antytezy. Każda zależność jest obustronną (§ 23), czego naoczny niejako obraz widzimy w logometrycznem dwu - równaniu. Jeżeli istnienie następstwa ~~(wzgl. skutku)~~ nie dowodzi jeszcze istnienia racyi ~~(wzgl. powodu)~~, to nie znaczy to wcale, aby było ono bez wpływu na bytową (probabilną) ~~wartość tychże~~ jej wartość. Że wpływu tego nie umiemy tak jasno określić jak odwrotnego wpływu racyi na następstwo, winna temu nie relacya

a istnienie skutku istnienia powodu,

jako taka, ale klasyczny nasz schemat myślowy, który nie pozwala nam wzgl. nie nauczył nas mierzyć pośrednich bytowych wartości.

Ale także i w obrębie klasycznej logiki ujawnia się nam cały szereg wypadków ściśle obustronnej zależności. Widzimy ją przy ekskluzyi, negacyi, zastępstwie, łączności, tożsamości, dysjunkcyi, wobec czego nie mamy powodu ani prawa wysuwać tej ostatniej przed inne lub zgoła uważać jej za jedyny wypadek „der Wechselwirkung"- wzajemności.

§ 56 Jednostronność przyczynowa.

Zastrzedz się tu muszę z góry przeciw pewnemu nieporozumieniu, które niestety w literaturze przedmiotu niemałą odegrało rolę.

Jeżeli, oparci o ogólno - hipotetyczny nasz wzór, stwierdziliśmy zasadniczą niemożliwość jednostronnej więzy zjawiskami zależności, to twierdzenie to dotyczy idealnych jedynie (hipotetycznych, funkcyonalnych) relacyi nie zaś spraw materyalnych, do których t.zw. „przyczynowość" związek przyczynowy niewątpliwie się zalicza. Ta jest z natury swej nieodwracalna. Wynika to z charakterystycznego w tym wypadku momentu działania, które, jak powiedzieliśmy (§ 52) rozwija się w czasie pociągając za sobą z konieczności czasową więzy powodem a skutkiem różnicy. Że zaś czas jest nieodwracalny i fakt raz dokonany żadna siła ex post zmieniony być nie może, jasną jest rzeczą, że powód wpływa na skutek żadnego wzajemnego ze strony skutku wpływu nie doznając.*/

*/ Znamy, co prawda, wypadki wzajemnego pozornie niby oddziaływania na siebie dwóch realnych zjawisk np. jednego uczucia na drugie albo procesu chemicznego na ciepłotę a ciepłoty na proces albo podaży giełdowej na kurs akcyi a kursu na podaż itp. We wszystkich tych wypadkach wszakże wchodzą w grę dłuższe okresy czasu, w ciągu których oba zjawiska wielokrotnie mieniają rolę przyczyny i skutku. O ile wymiana ta odbywa się w krótkich lub zgoła elementarnych odstępach czasu, odnosimy takie wrażenie, jakoby istniało ciągłe równoczesne, wzajemne działanie zjawiska A na B i B na A.

Inaczej ma się rzecz z logiczną zależnością ~~części~~ zjawisk. Usuwając drogą abstrakcyi jednostronny moment działania, czyniąc myśl naszą pełną swobodę ruchu w obu kierunkach. Możemy równie dobrze wnioskować ze skutku na przyczynę jak i z przyczyny na skutek. Stan termometru czy barometru jest dla nas podstawą wniosku o ciepłocie wzgl. ciśnieniu powietrza, jakkolwiek realne działanie w odwrotnym idzie kierunku. Podobnie wnioskuje astronom, geolog, historyk z poprzednich faktów na następne i z następnych na poprzedzające. Posiadając pełną świadomość, że pasmo zdarzeń rzeczywistych w jednym tylko kierunku i to z pewną ściśle określoną chyżością przesuwać się może, winiemy jednak puszczać nieważki, że tak powiem, film myśli własnej dowolnie wstecz albo naprzód albo też w dowolnem zatrzymywać go miejscu. Możemy też, przez zupełne pominięcie momentu następstwa, rzutować trójwymiarne bytowo - bytowo - czasowe relacye ~~przyczynowemi~~ przyczynowości zwane na idealną bytowo - bytową płaszczyznę hipotetycznej zależności, w którym to rzucie naturalnie zdraca się pierwotna, naturalna jednostronność przyczynowego wpływu.

I tu oto taki główna, zasadnicza różnica między stosunkiem przyczynowym a funkcyonalnym. (§§ 52, 53).

Dokończenie nastąpi. x)

---

x) Zawierać ono będzie logometryczną analizę wniosków: dedukcyi, syllogizmu i dialogii.

Druk Polecony

W Pan
Inżynier W. Wolski

Lwów

ul. Kolowa 20

Kr. Ord. Filh.
Pitna 44.

VII. Indukcya.

[illegible] ogół cztery punkty. [illegible] (hipotetycznej) funkcyi [illegible] przynależności

w(A) = [illegible] w(A) = a₂ w(A) = [illegible]

w(B) = b₁ w(B) = b₂ w(B) = b₃

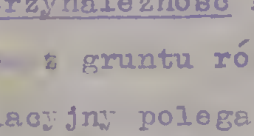
[illegible] tu [illegible] nijakie stycznie.

[illegible] jako że przynależy do obu torów, [illegible] punkt; to samo każdy z rogów probabilnego [illegible] każdy z nich, przez kontrapozycyi (§30) określa jeszcze [illegible], przeciwległy róg, jako konieczne dla drugiego toru wytyczn[illegible]

"Jeśli to".

Spięty sakramentalnym zwrotem "jeśli-to" hipotetyczny [illegible] w nie jest, ściśle rzecz biorąc, wyrazem zależności, ale [illegible] myśli hipotetycznej. Gdy bowiem tamte wymagałyby, aby każdej [illegible] wartości jednego zjawiska (treści) odpowiadała jakaś wartość [illegible], tutaj stwierdzono jeden tylko poszczególny przejaw zależności, [illegible] mianowicie, że pewność A pociąga za sobą pewność B. Co się dzi[illegible] na wypadek nie-bytu zjawiska A, albo pośredniej [illegible], [illegible] jego wartości? Tego nie powiedziano nam wcale. [illegible] hipotetycznej funkcyi, dano nam jeden tylko punkt [illegible] (A), jako taki, przez który przechodzić ma jeden z jej torów. [illegible] na tej podstawie dalszy, ogólny jej przebieg - oto problem logiczny, który rozwiązując, spełniamy niewątpliwie akt wniosku. [illegible] nie zdajemy sobie na ogół z tego sprawy, dzieje się to t[illegible] nie posiada dla zależności hipotetycznej [illegible] wyrazu, jak przynależność hipotetyczną, co nauczy[illegible] z gruntu różne przedmioty.

[illegible] interpolacyjny polega przedewszystkiem na oznaczeniu [illegible] apozycyi) [illegible] (w [illegible]), [illegible] który musi przechodzić drugi tor funkcyi. Poza tym brak nam dość [illegible] punktów, [illegible] - o ile jestto [illegible], [illegible] przeciwległe, [illegible] przeciwległe, że oba posiadają [illegible] przekątnej



[illegible] "jeśli". [illegible] (fig. 1- [illegible]), [illegible] przez które [illegible] tory. [illegible], że biegną one oba po-

[illegible]

$$a + b > 1$$

[illegible], krótko mówiąc, mamy przed sobą wyrazem zastępczej [illegible] [illegible]lności. Ale na tem, niestety, koniec. Brak dwóch dalszych [illegible] [illegible] sprawia, że istotne znaczenie terów [illegible] w bardzo szerokich wahać się granicach.

Pozostałe dwa klasyczne związki: warunkowania i [illegible]czynia nie posiadają, jak wspomniałem już, swoistego [illegible]matycznego łącznika. Chcąc wyrazić je, posługujemy się (przy pomocy negacyi) bądźto implikacyjną, bądź minimal [illegible] form zdania, a więc ostatecznie wyrazem przynależności z której fakt zależności dopiero wtórnie i ogólnikowo na podstawie interpolacyjnego wywodzi się wniosku.

Wytyczenia logiczne.

Jak stwierdziłem już na wstępie (§3), nowoczesny rachunek logiczny nie uznający, mimo matematoidalnej swej formy, ilościowego określenia wartości, jest w znacznej mierze ideograficznem tylko tłómaczeniem odwiecznej dialektycznej logiki. Widzimy to m. i. także i w sposobie określenia funkcyi tj. zależności logicznych za pomocą poszczególnych faktów przynależności. Podstawowe dla rachunku logicznego równanie "inkonsystencyi" x)

$$ab = 0$$

nie stwierdza w istocie nic więcej jak tylko, że

1. jeśli jest A, to niema B.
2. jeśli jest B, to niema A.

które to dwa specyalne wypadki, nie wyczerpujące wcale faktu ekskluzyi, mogą co najwyżej służyć do [illegible] logicznego [illegible]. Zapoznanie tego stanu rzeczy, bezprawne utożsamianie zależności z przynależnością, linii z punktem, związku jako takiego, z jednym tylko widomym jego przejawem – oto, zdaniem mojem, źródło całego szeregu nieporozumień, któremi oddala się w imię rzeczywistości od rzeczywistości „matematyczna filozofia" Russell'a i jego szkoły.

tzw. „jakościowego jej znaczenia"

---

x) Cf. pracę moją: O odcinkach myślowych logicznych, str. 15, 16.

[redacted]

[redacted] J[redacted]a

Celem wniosku indukcyjnego jest: ustalać, na podstawi konkretnych faktów bytu i nie-bytu pewnych zjawisk, istnienie i rodzaj zachodzących między niemi związków. To, co odróżnia zasadniczo indukcyę od interpolacyi, jest okoliczność, że tam dano nam pewne pary faktów, z góry, jako [illegible] należne do siebie, t. zn. wynikłe z wewnętrznej bytowej [illegible] zależności, mówiąc logometrycznie: jako punkty, leżące jednym z torów poszukiwanej hipotetycznej funkcyi, [illegible] cyjnem natomiast założeniu nie znajdujemy tego zasadniczego stwierdzenia. Tutaj dano nam poprostu szereg nagich faktów współistnienia, współbraku, bytu-braku, dano tak, jak dają nam je zmysły nasze, t. zn., bez jakiejkolwiek wskazówki, czy istnieje wogóle wewnętrzny jakiś między tami temi związek i jaki? Ten bowiem nie zmysłowym (sensibilnym) już, ale rozumowym (intelligibilnym) jest przedmiotem.

Nie tu, oczywiście, miejsce na psychologiczną analizę władz, którym zawdzięczamy zdolność relacyonalnego poznania. Z logicznego punktu rzecz biorąc, najszerszą, niewątpliwie, podstawą, z której, jak widzieliśmy (§ 13), wszystkie hipotetyczne, a pośrednio też, i inne logiczne dają się wywieść relacye, jak zasada równej dyspersyi, czyli krócej: prawo przypadku.*) Ono to uczy nas a priori, czy pewien

---

*) orzeka ono: "tam, gdzie niema racyi do nierówności, następuje równy rozdział wypadków." Związki hipotetyczne są właśnie tem, co narusza ogólną równość rozdziału i czego obecność każdym takim nierównym zdradza się rozdziałem. (c) Logiczne "prawo przypadku" jest równie pewnym i ścisłem, jak wszystkie inne; szkoda tylko, że niemożliwym do ścisłego spełnienia wydaje się być podstawowe jego założenie, tj. absolutny brak związku. (Ob. „O poznaniu a priori" § 19)

[redacted] s. 19.

~~czy pewien~~ faktyczny zbieg bytów i nie-bytów może być uznany za dzieło "przypadku", czy też ujawnia się w nim w sposób konieczny (tj. oczywisty dla rozumu, acz dla zmysłów niedostępny) obecność wewnętrznej jakiejś między faktami temi przynależności. Jeśli tak, tedy możemy ustalić też i ogólną, funkcyonalną zależność obu zjawisk, bądźto pośrednio przez interpolacyę, bądź wprost, za pomocą osobnych metod statystycznych. Niestety, ani jedna, ani druga droga nie daje wnioskom, do których dochodzi, tej bezwzględnej pewności, jaką mogą inne, np. interpolacyjne, poszczycić się wnioski. Trudność leży w tem, że skończona liczba faktycznych stwierdzeń współbytu, współbraku, bytu-braku nie wystarcza nigdy do absolutnie pewnego stwierdzenia jednego choćby tylko faktu przynależności.

Oto w najkrótszych słowach logometryczny problem indukcyi. Podstawowy dla całej nowożytnej wiedzy, dał on w ostatnich czasach początek nowej, bardzo ogólnej dyscyplinie, znanej pod nazwą "nauki o korrelacjach" albo "nomografii", o której już na wstępie (§ 4) była mowa, jako o pierwszej próbie prawdziwie logiczno-matematycznej ~~analizy~~ analizy hipotetycznego związku zjawisk.

Niestety, ramy pracy niniejszej nie pozwalają mi na obszerniejsze rozwinięcie przedmiotu.

VIII [illegible]

§ 65 Wniosek [illegible].

Jeżeli powiedziano nam, że między dwoma zjawiskami (tr[illegible]ciami) zachodzą równocześnie dwa, wzgl. trzy różne hipotetyczne związki, możemy na tej podstawie oznaczyć wartość bytową tychże treści. Nie znajdując na razie lepszego słowa, pozwoliłem sobie nazwać wniosek taki krótko "komplikacyą."

W logometrycznej analizie przedstawia się sprawa, jak następuje:

Ponieważ oba związki jednych i tych samych dotyczą zjawisk, których absolutne prawdopodobieństwa są α i β, możemy z góry wiedzieć, że oznaczony współrzędnemi temi (neutralny) punkt jest punktem wspólnym obu funkcjom i to na ogół jedynym wspólnym ich punktem, a to dlatego, że założona różność związków wymaga różnych wartości ε, a tem samem i różnych dla obu funkcyi nachyleń (§25). Wynikowa (złożona) funkcya kurczy się zatem do rozmiarów jednego, tj. neutralnego punktu. Każda zmiana prawdopodobieństw z bezwzględnej wartości α lub β na inną jakąś prowadzi do sprzeczności. Mówiąc po prostu dwu-związek taki jest niemożliwy. Oto jedyny i to niezbyt ciekawy wynik, do którego dochodzimy przyjmując, że, wszystkie cztery parametry: $\alpha, \beta, \varepsilon, \eta$ zostały nam dane w określonych, cyfrowych wartościach.

Inaczej przedstawia się rzecz, jeśli zamiast czterech absolutnych wartości dano nam dwa relacyonalne równania

$$\varepsilon_1 = f_1(\alpha\beta)$$

$$\varepsilon_2 = f_2(\alpha\beta)$$

przyczem wartości α i β uważane są na razie, jako nieznane. Trzeci postulat:

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$$

orzeka, że funkcya, której szukamy, ma być jedną podwójną funkcyą, a nie dwiema odrębnemi od siebie funkcyami. Wynika stąd postulat:

$$f_3(\alpha\beta) = 0$$

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Wybór neutralnego punktu N nie jest wtedy już [illegible] dowolny, ale musi pewnej funkcyonalnej trzymać się linii, [illegible]czając trzeci jeszcze postulat:

$$f_3(\alpha\beta) = \varepsilon$$

ustalamy obie absolutne wartości parametrów .

Klasyczne przykłady komplikacyi takiej widzieliśmy najpierw w podwójnych związkach łączności (§39) i rozłączności (§40), gdzie dwie proste funkcye określały trzecią złożoną. W dalszym ciągu poznaliśmy cztery inne podwójne dwu-związki (§ 41), mocą których jeden z paramentów skrajne bytowe otrzymywał określenie, drugi natomiast żadnego. Ujmując obecnie wyniki te w formę hipotetycznych wniosków, możemy ustalić

$$(A < B) \quad (A > B) \quad < \quad (A \times B)$$

$$(A \wedge B) \quad (A \vee B) \quad < \quad (A \overset{\vee}{\wedge} B)$$

a w dalszym ciągu:

$$(A < B) \cdot (A \wedge B) \quad < \quad (A \sim o)$$

$$(A > B) \quad (A \wedge B) \quad < \quad (B \sim o)$$

$$(A < B) \quad (A \vee B) \quad < \quad (A \sim 1)$$

$$(A > B) \quad (A \vee B) \quad < \quad (B \sim 1)$$

Wprowadzając do założenia trzecią jeszcze relacyę, otrzymujemy jako konkluzyę po dwa egzystencyalne określenia :

$$(A < B)\ (A > B)\ (A \wedge B) \quad < \quad (A \sim o)\ (B \sim o)$$

$$(A < B)\ (A > B)\ (A \vee B) \quad < \quad (A \sim 1)\ (B \sim 1)$$

$$(A < B)\ (A \wedge B)\ (A \vee B) \quad < \quad (A \sim o)\ (B \sim 1)$$

$$(A > B)\ (A \wedge B)\ (A \vee B) \quad < \quad (A \sim 1)\ (B \sim o)$$

Ogólnie mówiąc: Trzy różne logiczne funkcye przecinają się zawsze w jednym z rogów probabilnego kwadratu. Założenie innych jakichś (nie-klasycznych) trzech związków określałoby inny jakiś, w obrębie kwadratu tego leżący, punkt przynależności, jako jedyny, który wszystkim trzem relacyom równocześnie czyni zadość.

IX. Dedukcya.

§ 86 "Dedukcyą" hipotetyczną nazywam wniosek, ustalający, na podstawie funkcyi i jednej współrzędnej, wartość drugiej.

Ogólnie:

$$\frac{\begin{array}{c} A \; r \; B \\ w(A) = a_1 \end{array}}{w(B) = b_1}$$

Najpospolitszemi, klasyczno-dyalektycznemi odmianami wniosku takiego są: dedukcya "hipotetyczna":

$$\frac{\begin{array}{c} A < B \\ A \sim 1 \end{array}}{B \sim 1}$$

i "rozjemcza".

$$\frac{\begin{array}{c} A \vee B \\ A \sim 0 \end{array}}{B \sim 1}$$

przyczem, naturalnie, A i B mogą równie dobrze realne jakieś, jak i racyonalne oznaczać treści. Np.:

Jeśli istnieje myśl, istnieje jej podmiot;

Myśl moja istnieje;

Ergo: Ja istnieję.

Albo:

Jeśli Bóg jest sprawiedliwy, każda zbrodnia będzie ukaraną.

Bóg jest sprawiedliwy.

Ergo: Każda zbrodnia będzie ukaraną. I tp.

Z logometrycznego stanowiska przedstawia się każdy taki deeukcyjny wniosek, jako proste podstawienie, w hipotetycznem równaniu zależności, pod ogólny symbol argumentu (a) specyalnej jakiejś wartości (a_1), wskutek czego przynależna wartość funkcyi (b_1) w koniecznem wyłania się następstwie. Symbolicznie:

$$(A \; r \; B) \quad (A = A_1) < (B = B_1)$$

Zaś, podstawiając w ogólnym wzorze związku obie ustalone w ten sposób wartości, otrzymujemy zamiast prostego, funkcyonalnego sądu:

A r B

aktualny trójsąd ( )

A r B
1 1 ,

zamiast "funkcyi zdaniowej"- powiedziałbym ~~kusel~~ - "~~propozycyonalnej~~", zdanie".

O dany hipotetyczny związek posiadał dodatkowe jakie miejscowe, czasowe, częstotliwe, predykatywne, przyc[illegible], modalne) określenia, przechodzą one, wraz z r[illegible] treści, z założenia na konkluzyę, z zależności na przynależność.-

S Y L L O G I Z M.

§ . SYLLOGIZM MATEMATYCZNY.

Przechodząc obecnie do tych typów wniosku, przy których dwie relacyonalne przesłanki dają trzeci relacyonalny sąd za konkluzyę, zajmiemy się najpierw syllogizmem przyczem za punkt wyjścia matematyczna jego odmiana.

(postuży nam)

Oto dano nam dwa funkcyonalne równania:

$$f_1\,(xy) = 0$$

$$f_2\,(yz) = 0$$

których geometryczny obraz (Fig 23) widzimy w krzywych $F_1(xy)$ i $F_2(yz)$. Wspólność zmiennej y pozwala nam tu ściągnąć dwa układy współrzędnych OXY i OYZ w jeden podwójny układ OXYZ posiadający jedną wspólną oś OY.- Eliminacya zmiennej y ustala między pozostałemi dwiema zmiennemi nowe funkcyonalne równanie

$$f_3\,(xz) = 0$$

a w geometrycznym obrazie trzecią krzywą $F_3(xz)$. I oto mamy przed sobą matematyczny syllogizm znamienny tem że wniosek wynika tu ze współistnienia (współważności) dwóch przesłanek przez eliminacyę wspólnego wyrazu.

§ . SYLLOGIZM HIPOTETYCZNY.

Te same zasadnicze dwa kryterya wspólnego wyrazu i współważności przesłanek znamionują syllogizm hipotetyczny. Dano nam dowolne dwa związki: A r B i B r C których parametry są:

$$\alpha,\ \beta,\ \varepsilon \quad i \quad \beta,\ \gamma,\ \eta \ ^{x)}$$

Mamy tedy przed sobą dwa dwu-równania:

$$b = \frac{\beta - \varepsilon}{1-\alpha} + \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\alpha(1-\alpha)}\ ;\ a \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{I.}$$

$$a = \frac{\alpha - \varepsilon}{1-\beta} + \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\beta(1-\beta)}\ ,\ b \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{II.}$$

tudzież:

---

x) W fig. 23 przyjęto:

$\alpha = 0,6 \quad \beta = 0,4 \quad \varepsilon = 0,3$

$\beta = 0,4 \quad \gamma = 0,6 \quad \eta = 0,1$

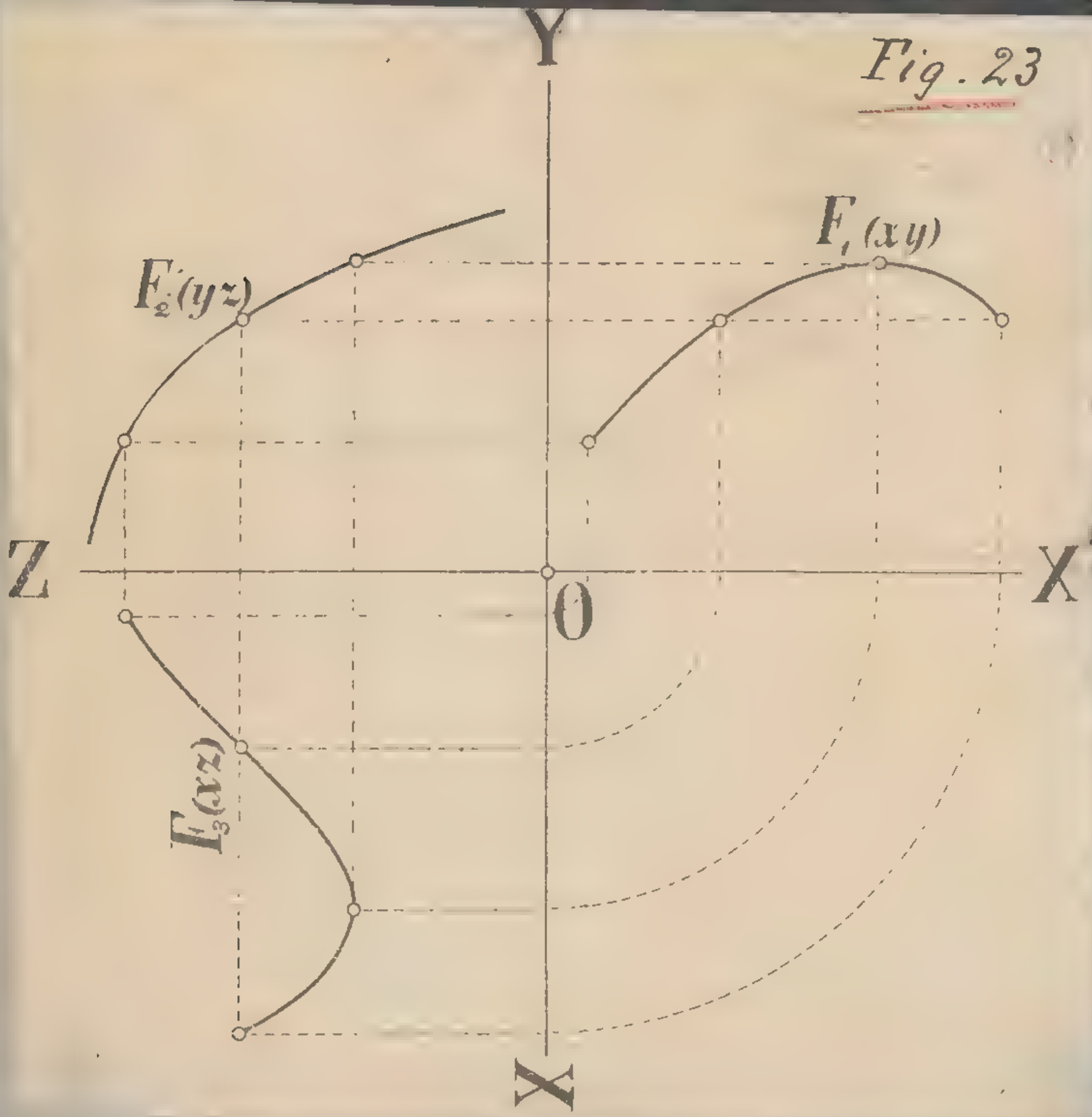


Fig. 23
Y
$F_1(xy)$
$F_2(yz)$
Z
X
O
$F_3(xz)$
X

tudzież:

$$c = \frac{\gamma - \eta}{1-\beta} + \frac{\eta - \beta\gamma}{\beta(1-\beta)} \cdot b \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{III.}$$

$$b = \frac{\beta - \eta}{1-\gamma} + \frac{\eta - \beta\gamma}{\gamma(1-\gamma)} \cdot c \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \text{IV.}$$

Eliminacya współnej zmiennej - w tym wypadku b - następuje tu z natury rzeczy w ten sposób, że obliczona z jednego dwurównania funkcyonalna wartość tejże wstawioną zostaje jako argument w drugie. Możliwem to jest:

1. przez połączenie równań I i III
2. " " " " II i IV.

W pierwszym wypadku otrzymujemy wartość c jako funkcyę wartości a, w drugim przeciwnie wartość a jako funkcyę wartości c.

Powstaje w ten sposób równanie V :

$$c = \frac{(\beta-\varepsilon)(\eta-\beta\gamma) + (\gamma-\eta)(1-\gamma)\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)\beta} + \frac{(\varepsilon-\alpha\beta)(\eta-\beta\gamma)}{\alpha\beta(1-\alpha)(1-\beta)} \cdot a$$

i równanie VI:

$$a = \frac{(\beta-\eta)(\varepsilon-\alpha\beta)+(\alpha-\varepsilon)(1-\gamma)\beta}{(1-\gamma)(1-\beta)\beta} + \frac{(\varepsilon-\alpha\beta)(\eta-\beta\gamma)}{\beta\gamma(1-\beta)(1-\gamma)} \cdot c$$

Geometryczne obrazy wszystkich równań oznaczone zostały w Fig 24 temi samemi, co równania, rzymskimi cyframi.

§ 19. OGÓLNE PRAWO SYLLOGIZMU.

Nasuwa się przedewszystkiem pytanie, czy równania V i VI czynią zadość tym warunkom, które uznaliśmy w swoim czasie (§ 18) za ogólne znamiona "równań sprzężonych" t.zn. które muszą być spełnione, aby dwa funkcyonalne równania mogły być uważane za tory jednej hipotetycznej funkcyi, za hipotetyczne dwu-równanie.

1szy sprawdzian: Punkt przecięcia posiada współrzędne:

$$a = \alpha$$

$$c = \gamma$$

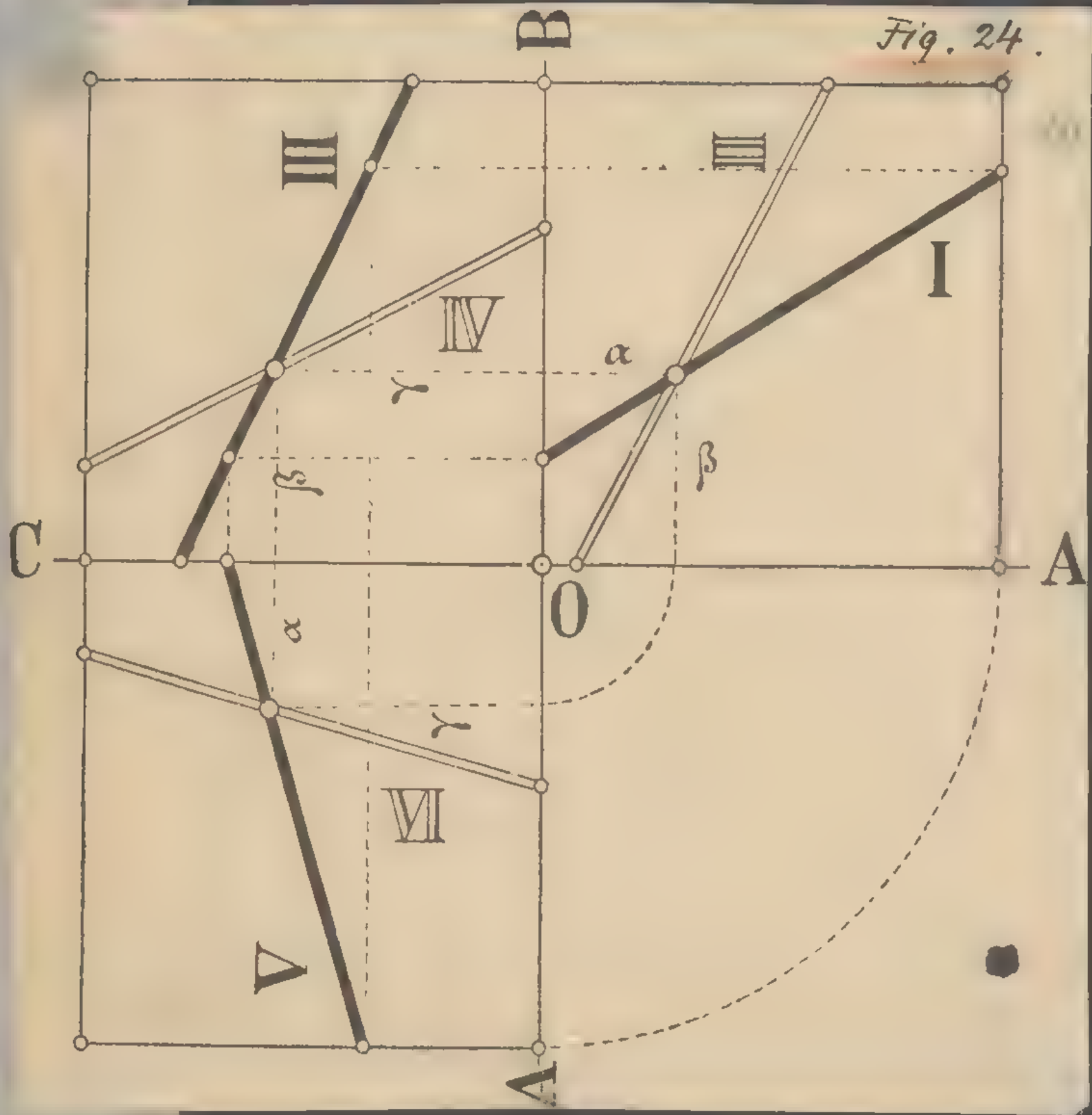
linie przecinają się w neutralnym punkcie.

2gi sprawdzian: Stosunek pochodnych jest:

$$\frac{\left(\frac{dc}{da}\right)}{\left(\frac{da}{dc}\right)} = \frac{\gamma(1-\gamma)}{\alpha(1-\alpha)}$$

[illegible]

Fig. 24.



Skoro tedy oba sprawdziany dają wynik dodatni, musimy uznać zespół równań V i VI za hipotetyczne dwu-równanie nowego związku $r_3(AC)$ przyczem ogólność założenia pozwala nam ogłosić następujące prawo:

Jeżeli dwie współważne hipotetyczne funkcye posiadają jeden wyraz (termin) wspólny, to pozostałe dwa wyrazy stoją do siebie również w stosunku hipotetycznej zależności, którą określa właśnie dwu-równanie V/VI.

Albo ontologicznie:

Jeżeli jakieś zjawisko wchodzi w skład dwóch naraz związków, to pozostałe dwa w skład ich wchodzące zjawiska stoją do siebie również w pewnym ściśle określonym hipotetycznym związku.

Symbolicznie w formie łańcuchowej:

$$\frac{\begin{array}{c} A\ r_1\ B \\ B\ r_2\ C \end{array}}{A\ r_3\ C}$$

albo, w formie okresu :

$$(A\ r_1\ B)(B\ r_2\ C) < (A\ r_3\ C)$$

albo, jeszcze krócej, w formie zdania:

$$r_1(AB) \cdot r_2(BC) < r_3(AC)$$

Nazwiemy prawo to ogólnem prawem syllogizmu. Porównując je ze znanym pod nazwą:" zasady syllogizmu" aksiomatem logiki algebraicznej:

$$(A < B)(B < C) < (A < C)$$

przekonujemy się, że ta ostatnia jest całkiem specyalnym tylko wypadkiem naszego " ogólnego syllogicznego prawa ".Wprowadzono tam bowiem, jako przesłanki, dwie implikacye a więc specyalne wypadki klasycznego związku, który znów jest specyalnym wypadkiem ogólno-hipotetycznej zależności.

§ 90. PARAMETR ϑ

W zakresowym obrazie (Fig 25) przedstawiają się dziedziny trzech zjawisk A, B i C jako trzy koła o powierzchniach α, β i γ. Ofiarem między zjawiskami temi niema żadnego bytowego związku, prawdopodobieństwo współistnienia dwóch zjawisk mierzy się ilocz. $\alpha\beta$, $\beta\gamma$ i $\alpha\gamma$, a graficznie wielkością trzech soczewkowatych powierzchni pokrycia. Jeżeliby, wskutek zaistnienia hipotetycznego związku, zmieniła się powierzchnia jednej z soczewek (np. z wartości $\alpha\beta$ na wartość ε) zmiana ta nie miałaby na wielkość pozostałych dwóch soczewek żadnego wpływu. Dopiero zaistnienie dwóch naraz związków zmieniające wielkość dwóch pokryć-soczewek (na ε i η) nie może już pozostać bez wpływu na wielkość trzeciego które musi wtedy także zmienić normalną (probabilną) swą wartość $\alpha\gamma$ na specyalną (korrecyonalną) wartość ϑ. Aby obliczyć ją, wystarczy zrównać którykolwiek z czterech parametrów K, L, M, albo N ogólnego hipotetycznego dwu-równania (§ 13) z odpowiednim parametrem obliczonego powyżej wniosku V/VI np.:

$$\frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\alpha(1-\alpha)} = \frac{(\varepsilon - \alpha\beta)(\eta - \beta\gamma)}{\alpha\beta(1-\alpha)(1-\beta)}$$

albo:

$$\frac{\gamma - \vartheta}{1-\alpha} = \frac{(\beta - \varepsilon)(\eta - \beta\gamma) + (\gamma - \eta)(1-\alpha)\beta}{(1-\alpha)(1-\beta)\beta}$$

Wszystkie te cztery równania dają zgodnie jeden i ten sam wynik:

$$\vartheta = \alpha\gamma + \frac{(\varepsilon - \alpha\beta)(\eta - \beta\gamma)}{\beta(1-\beta)}$$

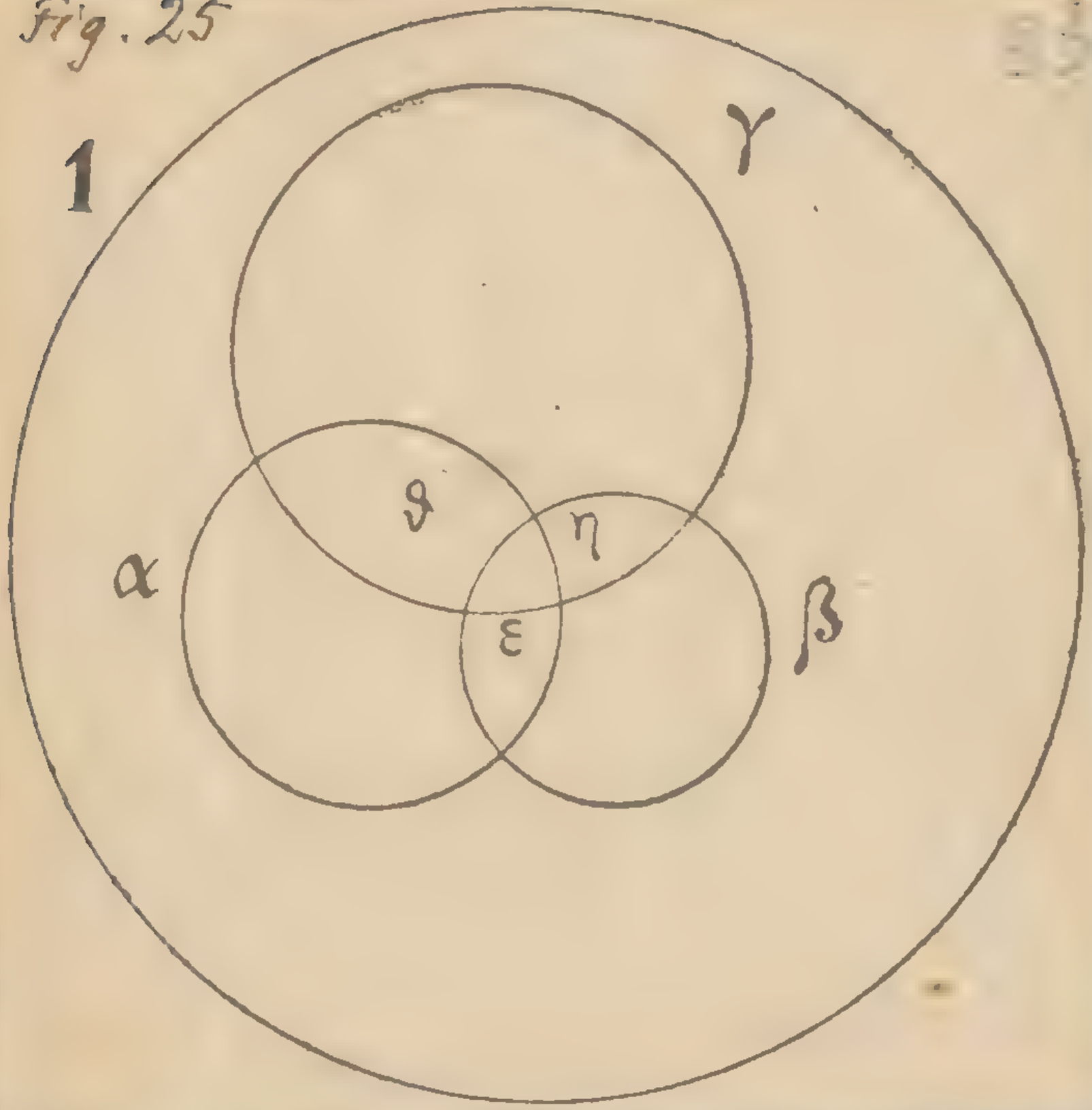
przyczem z reguły:

$$\vartheta \gtrless \alpha\gamma$$

chyba żeby jedna z przesłanek żadnego nie posiadała ekscesu (§ 10, 20).

Aby uniknąć nieporozumienia, zaznaczę z naciskiem, że obliczona w tem sposób wnioskowa relacya (wartość ϑ) o tyle tylko jest [illegible] ofiarem zjawiska A i C nie były związane ze sobą, poza wspólnym ogniwem B, jeszcze i inną jakąś relacyą, która z natury rzeczy zamieniłaby już pierwej normalną, probabilną wartość pokrycia $\alpha\gamma$ na inną jak [illegible] Jeżeli tak było, tedy istnienie przesłankowych relacyi r_1(AB) i r_2(BC) zmienia się w dalszym jeszcze ciągu. Jak? [illegible] – jako [illegible] trzech zmiennych – przez [illegible]

Fig. 25



zakres binarnej (płaskiej) logometryi, do ktrego w pracy niniejszej się ograniczam.

§ Syllogiczne prawo znaku.

Z obliczonego powyżej równania wynika też jasno syllogiczne prawo znaku, w myśl którego dodatni albo ujemny charakter wniosku (t.zn. dodatnia albo ujemna wartość ekscesu $(\vartheta - \alpha\gamma)$ zależy od stosunku, w jaki stoją do siebie znaki przesłanek. Z równego znaku przesłanek wynika wniosek dodatni z różnoznacznych ujemny.

§ Syllogiczne prawo ścisłości.

Z ogólnego dru-różniczkowania wniosku V/VI wynika wreszcie bezpośrednio syllogiczne prawo ścisłości:

$$\frac{dc}{dc_3} = \frac{dc}{db_2}\,\frac{db}{da_1} \qquad \left(\frac{dc}{da}\right) = \left(\frac{dc}{db}\right)\left(\frac{db}{da}\right)$$

$$\left(\frac{da}{dc}\right) = \left(\frac{da}{db}\right)\left(\frac{db}{dc}\right)$$

Słowami: Wpływ (względ. zależność) wnioskowa równa się iloczynowi wpływów (zależności) przesłankowych, skąd już tylko krok jeden do syllogicznego prawa ścisłości:

$$\xi_3 = \xi_1 \cdot \xi_2$$

słowami: Ścisłość (§ 20) syllogicznego wniosku równa się iloczynowi ścisłości przesłanek. Że zaś przesłankowe te ścisłości nie mogą jak wiemy (§ 22), nigdy przekroczyć granic ± 1, więc jasnem jest, że ścisłość wniosku nie może nigdy pod względem absolutnej wartości prześcignąć żadnej z przesłanek, jako że każda z nich przyczynia się do rozluźnienia wnioskowej relacyi. Tylko podwójne (jednotorowe) związki łączności i rozłączności (§ 39.40), wprowadzone jako przesłanki, nie obniżają współczynnika ścisłości.

§ Łańcusznik.

Jeżeli dano nam za przesłanki kilka (trzy lub więcej) związków hipotetycznych dających się zestawić tak, aby zawsze dwa z nich miały

Jeden wyraz wspólny, możliwym jest sylloglizm złożony zwany "łańcusznikiem".

$$\begin{array}{ccc} A & r_1 & B \\ B & r_2 & C \\ C & r_3 & D \\ \cdots & & \\ G & r_m & H \\ \hline A & r_n & H \end{array}$$

albo w formie okresu :

$$(A\, r_1\, B)(B\, r_2\, C)(C\, r_3\, D) \ldots (G\, r_m\, H) < (A\, r_n\, H)$$

albo w formie zdania :

$$r_1(AB) \cdot r_2(BC) \cdot r_3(CD) \ldots r_m(GH) < r_n(AH)$$

Dodatni lub ujemny charakter wniosku takiego zależy od parzystej lub nieparzystej liczby przesłanek ujemnych; ścisłość jego równa się iloczynowi ścisłości wszystkich przesłanek.

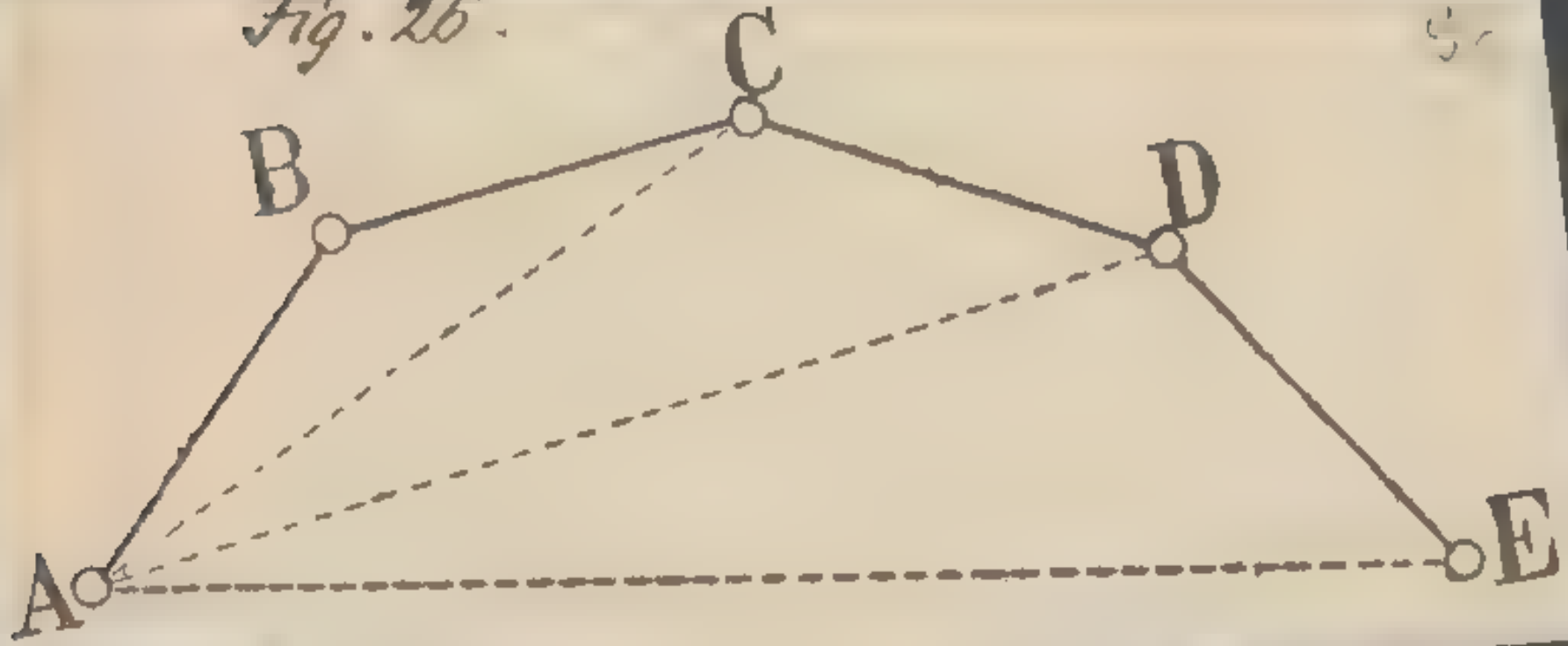
§ . Wielokąt logiczny.

Nie bez korzyści może będzie, jeśli przedstawimy sobie łańcuchowy ciąg wniosków myśli obrazowo, za pomocą geometrycznej figury. (Fig. 26).

Wyobraźmy sobie pewien układ zależności od siebie zjawisk A, B, C,..... jako rzeczy punktów tego samego nazwiska; zachodzące między zjawiskami temi relacye wyrazimy graficznie przez prostolinijne między punktami temi połączenia . AB, BC, CD, etc. Znamienny wreszcie dla syllogizmu stosunek koegzystencyi (współzależności) przesłanek [illegible] konsekwentny swój [illegible] (typych katach) zawartych. [illegible] między prostemi temi (~~tamtych kątów~~). Powstaje w ten sposób figura - nazwiemy ją " logicznym wielokątem " - pozwalająca nam objąć jednym rzutem oka a także śledzić we wszystkich ośmiu [illegible] stadyach syllogiczny sposób wnioskowania. Widzimy [illegible]

(szeregu typych katów

Fig. 26.



jak konstrukcja cała rozpada się na szereg poszczególnych trójkątów-syllogizmów, przyczem każda z pośrednich przekątni przedstawia syllogiczny wynik poprzedających przesłanek a ostatnia, zamykająca wielobok, ostateczną konkluzyę łańcusznika, dla której obojętną zgodą jest rzeczą, czyśmy uświadamiali sobie czy nie uświadamiali wszystkie wnioski pośrednie. Widzimy następnie, jak wskutek tępości kątów (t.zn. koegzystencyalnego stosunku przesłanek; por. §) przekątnie wydłużają się coraz bardziej, co znaczy, że wraz z rosnącą liczbą przesłanek wniosek łańcuchowy staje się coraz luźniejszy. Nic bowiem nie broni nam przedstawiać graficznie i mierzyć ścisłości związków krótkością prostolinijnego między danemi punktami połączenia. Im ~~dłuższy bok~~ dłuższy bok, tem bardziej przydłuża on ~~największą~~ przyległą przekątnię i wszystkie następne. Oto w geometrycznym obrazie <u>syllogiczne prawo ścisłości.</u>

XI " SYLLOGIZMY KLASYCZNE "

§. Syllogizm Klasyczny.

" Klasycznym " nazywam syllogizm którego przesłanki zarówno jak wniosek są sądami klasycznemi (§ 29). Weźmy jako przykład dwie implikacyjne przysłanki (a więc związek:

$$A < B$$

określony typowem (§ 34) dwu-równaniem:

$$b = \frac{\beta - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{1 - \beta}{1 - \alpha} \cdot a$$

$$a = \frac{\alpha}{\beta} b$$

tudzież związek:

$$B < C$$

określony dwu-równaniem :

$$c = \frac{\gamma - \beta}{1 - \beta} + \frac{1 - \gamma}{1 - \beta} \cdot b$$

$$b = \frac{\beta}{\gamma} \cdot c$$

Eliminacya wspólnego wyrazu daje trzecie dwu-równanie:

$$c = \frac{\gamma - \alpha}{1 - \alpha} + \frac{1 - \gamma}{1 - \alpha} \cdot a$$

$$a = \frac{\alpha}{\gamma} \cdot c$$

a więc znowu typowy wyraz implikacyi:

$$A < C$$

Oto logometryczny wywód jednego z ostatecznych, jak twierdzą, aksiomatów znanego pod nazwą: " zasady syllogizmu " : " jeżeli A wymaga B a B wymaga C, to A wymaga C ".

A teraz drugi, mniej znany przykład, w którym przesłankami są: minimalizacya i ekskluzya (§ 34, 33). A więc:

$$b = 1 - \frac{1 - \beta}{\alpha} a$$

$$a = 1 - \frac{1 - \alpha}{\beta} \cdot b$$

A B

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{\quad}{\quad}$$

tudzież:

$$c = \frac{\gamma}{1-\beta} - \frac{\gamma}{1-\beta} \cdot b$$

$$b = \frac{\beta}{1-\gamma} - \frac{\beta}{1-\gamma} \cdot c$$

Eliminacya wspólnego wyrazu daje typowe równania warunku (§ 32):

$$c = \frac{\gamma}{\alpha} \cdot a$$

$$a = \frac{\alpha-\gamma}{1-\gamma} + \frac{1-\alpha}{1-\gamma} \cdot c$$

Mamy zatem syllogiczny wzór:

$$(A \vee B)(B \wedge C) < (A > C)$$

Do tych samych, rozumię się, wyników dochodzimy podstawiając w ogólnych równaniach wniosku V i VI (88) odpowiednie wartości pokryć ε i η. Najkrócej wszakże i najprościej prowadzi do celu podstawienie wartości tych w ogólne równanie (90) :

$$\vartheta = \alpha\gamma + \frac{(\varepsilon-\alpha\beta)(\eta-\beta\gamma)}{\beta(1-\beta)}$$

I tak np. przez podstawienie :

$$\varepsilon = \alpha$$
$$\eta = \beta$$

otrzymuję :

$$\vartheta = \alpha$$

przez podstawienie :

$$\varepsilon = \alpha+\beta-1$$
$$\eta = 0$$

otrzymuję:

$$\vartheta = \gamma$$

tj. kryteryum warunku (A > C).

Podobnie daje mi podstawienie :

$$\varepsilon = 0$$
$$\eta = \gamma$$

$$(A \vee 1)(B \wedge C) \quad (A \wedge C)$$

odchę ekskluzyi (A ∧ C) :

$$\vartheta = 0$$

z podstawienia:

$$\varepsilon = \beta$$
$$\eta = \beta + \gamma - 1$$

wynika kryteryn zastępstwa (A ∨ C).

$$\vartheta = \alpha + \gamma - 1$$

Itd.

§ . Założenia jałowe.

Niestety nie każde zestawienie klasycznych przesłanek prowadzi do klasycznego wniosku. I tak np. eliminując z równań wymagania i warunku albo wykluczania i wykluczania wyraz wspólny otrzymujemy, jako wniosek, hipotetyczne funkcye nie należące do żadnego z czterych klasycznych typów. Wynika to także i znastępującego rozważania : Klasyczny wniosek wtedy tylko jest możliwy, jeśli wynikająca z pierwszej przesłanki dodatnia lub ujemna pewność B, wstawiona jako argument w drugą, daje dodatną lub ujemną pewność C. Że zaś jak widzieliśmy (§ 31 - 34) w prostych klasycznych związkach ważne są zawsze tylko dwa wypadki pewność - pewność na cztery wogóle możliwe, przeto klasyczny wniosek tam tylko przyjść może do skutku, gdzie te dwa syllogiczne, że tak powiem, haczki w obu przesłankach w tem samem wypadają miejscu, co nie zawsze się zdarza. I tak np. mając dane sobie za przesłanki dwie ekskluzye, widzimy, że wynikająca z jednej przesłanki pewność B jest zawsze ujemną, podczas gdy tylko dodatnia pewność B, wstawiona w drugą przesłankę, może dać (ujemną w tym wypadku) pewność C. "Wniosek jest niemożliwy" ~~"Ex mere negativis nihil sequitur"~~ - powiada wtedy prawowierny uczeń Arystotelesa.

§ . Klasyczne wzory syllogiczne.

Przeprowadzając analizę tę na wszystkich szesnastu wogóle możliwych kombinacyach przesłanek, przychodzimy do przekonania

że tylko go owe z nich tj. ~~ów~~ prowadzi do klasycznego wniosku. Z tem lepszego ujęcia ich i spamiętania pozwoliłem sobie, obyczajem szkolnych logików, (wprowadzić) pewne mnemotechniczne ~~wprowadzić~~ dla nich nazwy. Wybór (tychże) ~~nam~~ wynikł niejako sam z zestawienia początkowych zgłosek: Im(plicatio), Con(ditio), Ex(clusio), Min(imalitas). Oto ich zestawienie:

I Imimim	II Exconex	III Comimin	IV Minexcon
$A < B$	$A \wedge B$	$A > B$	$A \vee B$
$B < C$	$B > C$	$B \vee C$	$B \wedge C$
$A < C$	$A \wedge C$	$A \vee C$	$A > C$

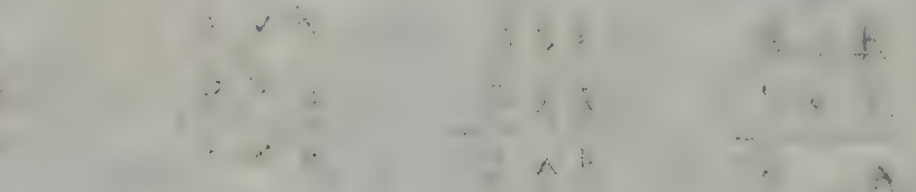
Cococon	Imexex	Minimin	Exminim
$A > B$	$A < B$	$A \vee B$	$A \wedge B$
$B > C$	$B \wedge C$	$B < C$	$B \vee C$
$A \quad C$	$A \wedge C$	$A \vee C$	$A < C$

Ułożyłem zaś powyższych ośm klasycznych (wzorów czyli) " figur " wniosku w ostatnich rzymskiemi cyframi oznaczone kolumny, które nazwę " typami ". Podział taki wydaje mi się koniecznym ze względu na bliskie pokrewieństwo, w jakim stoją do siebie, zawsze po dwa, wnioski jednego typu. Więcej niż pokrewieństwo. Wnioski takie bowiem są formalnie różnym wyrazem jednego i tego samego w rzeczywistości układu. Cała między niemi różnicą stanowi kierunek, w którym idzie ~~myśl~~ w oba wypadkach myśl nasza t.zn. porządek przesłanek, przyczem naturalnie odwrócenie kierunku zmienia implikacyę na warunek a warunek na implikacyę.

Weźmy, jako przykład, epikurejskie rozumowanie: " Nadmierne użycie powoduje szkody; szkody wykluczają ~~[illegible]~~ szczęście. Ergo : Nadmierne użycie wyklucza szczęście. " Odwracając przyczynowy ten tok myśli na celowy, otrzymujemy następujący sylogizm: " Jeśli chcesz być szczęśliwy, musisz unikać szkód; aby uniknąć szkód musisz strzedz się nadmiernego użycia. Ergo: Jeśli chcesz być szczęśliwy, strzeż się nadmiernego użycia." W pierwszym wypadku mieliśmy wniosek ~~[illegible]~~ Imexex, w drugim wypadku ~~[illegible]~~ Exconex; wnioski formalnie różne, które jednak, jako że jednego i tego samego układu dotyczą, także i w teorji do jednego muszą być zaliczone typu.

że tylko pozwa z nich tj. ego prowadzi do klasycznego wniosku. Z tem łopszego ujęcia ich i sprzeciwia pawolitem sobie, objaśnieniem szkolnych logików, pewne mnemotechniczne wprowadzić dla nich nazwy. Wybór ten wynika nietylko sam z zestawienia poszczególnych zgłosek: Im(plicatio), Con(atio), Ex(clusio), Min(imalitas). Oto ich zestawienie:

I	II	III	IV
Imimin	Exconex	Comimin	Minexon

Cocoon	Imexex	Minimin	Eximin
			

Uzupełnieniem powyższych ośm klasycznych " figur " wniosku w ostatnią rzymskiemi cyframi oznaczone kolumnę, które nazwę " tryadi ". Ponieważ takie wyraże mi się koniecznym ze względu na bliskie pokrewieństwo, w takim stoją do siebie, zawsze po dwa, wnioski tegoż typu. Wiedzą nią pokrewieństwo. Wnioski takie bowiem są formalnie różnym wyrazem tegoż i tego samego w rzeczywistości układu. Gdzie między niemi różnicę stanowi kierunek, w którym idzie w obu wypadkach myśl nasza t.zn. porządek przesłanek, przyczem naturalnie odwrócenie kierunku zmienia implikację na warunek a warunek na implikację.

Weźmy, tako przykład, epikureiskie rozumowanie: " Nadmierne użycie powoduje szkody; szkody wykluczają trwałe użycie czyli szczęście. Więc : Nadmierne użycie wyklucza szczęście. " Odwracając przyczynowy ten tok myśli na celowy, otrzymamy następujący sylogizm: " Jeśli chcesz być szczęśliwy, musisz unikać szkód; aby uniknąć szkód musisz strzedz się nadmiernego użycia. Więc: Jeśli chcesz być szczęśliwy, strzeż się nadmiernego użycia." W pierwszym wypadku mieliśmy wniosek wedle wzoru Imexex, w drugim wyraźnie wedle wzoru Exconex; wnioski formalnie różne, które jednak, jako że tematu i tego samego układu dotyczą, także i w teorji do jednego muszą być zaliczone typu.

Weźmy drugi przykład, tym razem IV^tej kolumny. " Jeśli nie będziesz się uczyć, padniesz przy egzaminie; jeśli padniesz, nie będziesz miał wakacyi. Ergo. Jeśli nie będziesz się uczyć, nie będziesz miał wakacyi. " To wzór Minexoon. Zmiana przyczynowego toku na celowy daje syllogizm typu Exminim: " Jeśli chcesz mieć wakacye, nie możesz paść przy egzaminie; aby nie paść, musisz się uczyć. Ergo: Jeśli chcesz mieć wakacye, musisz się uczyć. " Itp.

Wewnętrzna ta jedność typu uwydatnia się najjaśniej w zakresowem przedstawieniu wzorów, przyczem nie bez korzyści będzie zastąpić używane pospolicie koła Eulera prostrzeni jeszcze, linearnemi obrazami. W rysunku naszym (Fig. 27) przedstawiają trzy równoległe grube kreski długością swoją i wzajemnem położeniem układ zakresów A, B i C mieszczących się, we wspólnym ogólnym zakresie możliwości (dem Universgebiete, in the universe of discourse). Wynikający z obu przesłankowych, konkluzyjny stosunek zakresów A i C ujawia się wtedy naocznie wzajemnem położeniem obu strajnych kresek, górnej i dolnej, przyczem naturalnie od wybranego naszego wyboru zależy, którą z nich uznamy za pierwszą wyrazową a którą za drugą. Stąd rozróżnienie dwóch wzorów w każdym typie.

Fig. 27.

Wnioski pierwszego typu nazwiemy krótko " inkluzyjnemi ", wnioski drugiego typu " ekskluzyjnemi ", wnioski trzeciego typu " dylematycznemi ", wreszcie wnioski czwartego typu " disjunktywnemi ". W pierwszym i czwartym typie konkluzye są dodatnie, w drugim i trzecim ujemne. Wynika to z syllogicznego prawa znaku (§ 91), jako że w pierwszym wypadku obie przesłanki równego są znaku, w drugim przeciwnego.

$(\xi > 0)$

$(\xi < 0)$

Rozumie się że zmieniając za pomocą negacyi jedną klasyczną formę sądu na drugą (§ 35) zmieniamy tem samem i wzór syllogizmu. I tak np. wystarczy w ostatnim przykładzie podstawić pod dodatnie pojęcie "paść" ujemne pojęcie: " nie zdać egzaminu ", aby zamiast dysjunktywnych wystąpiły inkluzyjne wzory: Cesseon i Inisim.

Wzory od dyl. zmienione są na dyl. zmienione.

Weźmy drugi przykład, tym razem IV[ta] kolumny. " Jeśli nie będziesz się uczyć, będziesz przy egzaminie; jeśli będziesz, nie będziesz miał wakacyi. Ergo. Jeśli nie będziesz się uczyć, nie będziesz miał wakacyi. " Wzór Minexoon. Zmiana przyczynowego toku na celowy daje syllogism typu Exminim: " Jeśli chcesz mieć wakacye, nie możesz pauć przy egzaminie; aby nie pauć, musisz się uczyć. Ergo: Jeśli chcesz mieć wakacye, musisz się uczyć. " Ito.

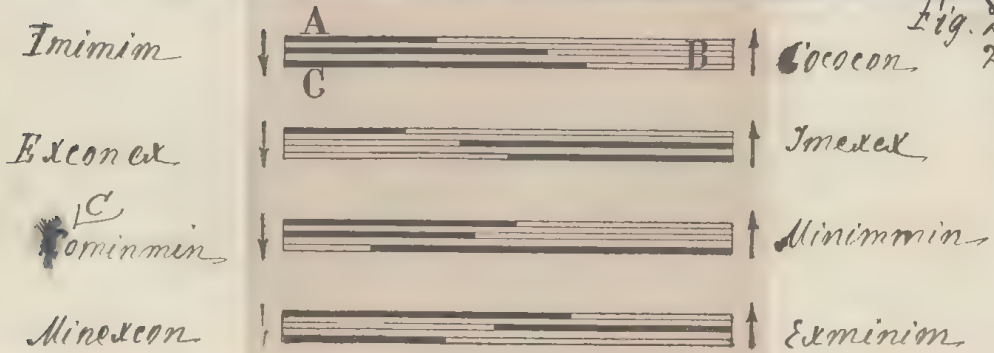
Wewnętrza ta jedność typu uwydatnia się chyba najlepiej w zakresowem przedstawieniu wzorów, przyczem nie bez korzyści będzie zastąpić używane powszechnie koła Eulera prostszym tamże, linearnem symbolem zakresów. W obrazie niższym (Fig.) przedstawiają trzy równoległe grube kreski długości swoją w zestawieniem położeniem układ zakresów A, B i C miesczących się, jak widzimy, we wspólnym ogólnym zakresie możliwości (dem Möglichkeite, in the universe of discourse). Wynikający z obu przesłanek, konkluzyjny stosunek zakresów A i C ujawnia się wtedy naocznie wzajemnem położeniem górnej kreski do dolnej, przez ustawienie od wyboru naszego zależy, który z nich ramię na ciężarowy wyrzu relacyi z którą za drugą. Stąd rozróżnienie dwóch wzorów w jednym typie.

Fig. ...

Wniosek pierwszego typu nazwiemy krótko " [illegible] ", wniosek drugiego typu " exkluzyjnem ", wniosek trzeciego typu " dyfermatyczenem ", wreszcie wniosek czwartego typu " [illegible]tywnem ". W pierwszym [illegible] i czwartym typie konkluzye są dodatnie, w drugim i trzecim ujemne. Wynik to z syllogizmu przez znaku (§ 91), jako że w pierwszym wypadku obie przesłanki równego są znaku, w drugim przeciwnego [illegible].

Rozumie się że zmieniając za pomocą negacyi jedną klasyczną formę sądu na drugą (§ [illegible]) zmieniamy tem samem i wzór syllogizmu. I tak np. wystarczy w ostatnim przykładzie podstawić pod dodatnie pojęcie "pauć" ujemne pojęcie: " nie zdać egzaminu ", aby zamiast dyfermatywnych wyst[illegible] [illegible] wzory : Lecoon i Imimim.

Fig. ~~26~~ 27


A
B
C
Imimim
Cococon
Exconex
Imexex
Cominmin
Minimmin
Minexcon
Exminim

§ 98. Syllogizm predykatywny.

Jeżeli obie przesłanki zawierały, obok stwierdzenia bytowej zależności, dodatkowe jakieś (czasowe, miejscowe, modalne) jej określenia (58, 69), to te przechodzą - o ile były w obu przesłankach jednakie - i na konkluzyę. Dotyczy to w szczególności określeń logicznego miejsca (48, 52), na której to podstawie możemy rozróżniać syllogizmy predykatywne i przyczynowe.

W dziedzinie predykatywnego syllogizmu rozróżniali szkolni logicy właściwie dwa tylko zasadnicze typy: Barbara (=Imimim) i Celarent (=Imexex); ubóstwo tłómaczące się niewątpliwie tem, że w pozostałych sześciu klasycznych wzorach występują związki warunkowania i zastępowania, które w predykatywnej interpretacyi wymagałyby podmiotów ujemnych: „Nie-S nie jest P" „Nie-S jest P". Tych zaś w mowie nie używamy. Wprowadzając je w logice, powiększamy liczbę predykatywnych wzorów syllogizmu na pełnych ośm różniących się od ośmiu ogólnych (czysto hipotetycznych) wzorów jedynie dodatkowym postulatem punktu (48). x)

§ 99. Ex mere negativis.

Rozszerzając w ten sposób zakres predykatywnego syllogizmu, obalamy szkolny przesąd, w myśl którego ex mere negativis nihil sequitur. Zapewne: dwie ekskluzye nie dają klasycznego wniosku, ale ekskluzya nie jest, jak widzimy, jedynym wypadkiem ujemnej predykacyi. A już zgoła fałszywą staje się teza powyższa w odniesieniu do ściśle (logometrycznie) określonych przesłanek, z których, jak wiemy ( ), zawsze jakiś - i to ściśle określony - wynika wniosek.

x) Np: Aryanie nie wierzyli w bóstwo Chrystusa. Nie wierzący w bóstwo Chrystusa nie jest Chrześcianinem. Np: Aryanie nie byli Chrześcianami. (wzór Celarent). Albo: Kto nie ma pieniędzy, nie zna zachodów. Kto nie zna zachodów, jest szczęśliwy. Np: Kto nie ma pieniędzy, jest szczęśliwy. (wzór Imimim). Itp.

I b. Syllogizmy warunkowe i rozjemcze.

Znacznie mniej wagi i miejsca poświęciła logika szkolna syllogizmom „warunkowym" (= hipotetycznym), do których zalicza, oprócz syllogizmów właściwych, także i wnioski dedukcyjne (26) typu:

Jeśli istnieje A, istnieje B.

A istnieje.

Ergo: B istnieje

nie zalicza natomiast wniosków „rozjemczych", jakkolwiek dysjunkcya jest, jak wiemy (40) specyalną tylko odmianą hipotetycznej zależności. Podział zatem, jak w sądach tak i tu, gramatyczny raczej niż logiczny. Z jednej strony implikacyjny łącznik „jeśli-to", z drugiej dysjunktywny „albo- albo".

Między określonemi w ten sposób dysjunktywnemi wnioskami rozróżniano znów:

1. „dylematyczne" znamienne tem, że wniosek również rozjemczym był sądem:

S jest albo P albo Q

Jeśli S jest Q, to S jest R

Ergo: S jest albo P albo R.

[illegible] "[illegible]" w [illegible] [illegible], t. [illegible] tzw. "[illegible]" [illegible] [illegible]:

S jest albo [illegible] albo Q

S nie jest Q

Ergo: S jest P.

Klasyczny ten podział zgadza się w ogólnych zarysach z tym, który u nas (97) dzieli trzeci typ syllogizmu od czwartego; stąd te same, co u klasyków, nazwy. [illegible] niejszem staje się pewne zastrzeżenie. [illegible] "albo - albo" symbolizuje nie prostą relację [illegible] ale podwójny związek rozłączności (40), wskutek czego [illegible] wzory "dylematu" i "dysjunkcji" różnią się [illegible] ściśle mówiąc, przedstawiają specjalny wypadek tychże, [illegible] mianowicie, w którym minimalna przesłanka zastąpioną [illegible] przez rozłączną:

Klasyczny dylemat.

wzoru Cominmin.	wzoru [illegible].
A > B	A X B
B X C	B < C
A X C	A X C

Klasyczny dysjunkcja.

wzoru Minexcon.	wzoru Exminim.
A X B	A ∧ B
B ∧ C	B X C
A > C	A < C

§ 101. Błędny dylemat.

[illegible] Zmiana prostego zastępstwa na rozłączność może, przy wniosku dysjunktywnym, bez żadnych odbyć się zastrzeżeń [illegible] w dylemacie. Jeżeli, np. bankrut, postawiwszy wszystko na ostatnią kartę, powiada sobie:

Albo wygram, albo przegram,

Jeśli przegram, jestem zgubiony,

Ergo: Albo wygram, albo jestem zgubiony,

to konkluzja jego jest mylną, o ile, naturalnie, łącznikowi "albo - albo" jednakie zawsze i właściwe [illegible], dysjunktywne nadawać będzie znaczenie [illegible]

Gdy hetman przez, który postawił, ma przed sobą [illegible] nie dwie wykluczające się alternatywy: albo wygrać, albo [illegible] grać, to logika wcale nie zabezpiecza go przed możliwością [illegible]by, mimo wygrania. Poprawnym, jedynie, byłby wniosek "Wygram, lub zginę" , w ogólnych symbolach:

$$\frac{\begin{array}{c} A \times B \\ B < C \end{array}}{A \vee C}$$

Co łatwo logometrycznie udowodnić. Mając dane sobie równanie dysjunkcji (40)

$$a + b = 1$$

i dwurównanie implikacji (31):

$$c = \frac{\gamma - \beta}{1 - \beta} + \frac{1 - \gamma}{1 - \beta}\, b$$

$$b = \frac{\beta}{\gamma} \cdot c$$

otrzymujemy (przez eliminację wspólnego wyrazu b i podstawienie: $\beta + \gamma = 1$) tę samą, co w zwykłym związku wniosku Minimmin, zastępczą tylko (a nie rozłączną) konkluzję:

$$c = 1 - \frac{1 - \gamma}{\alpha} \cdot a$$

$$a = 1 - \frac{1 - \alpha}{\gamma} \cdot c$$

×) W potocznym i naukowym nawet stylu nie przestrzega się niestety dość ściśle tej zasadniczej między oboma łącznikami różnicy, co, zdaniem mojem, spowodowało fatalną w skutkach niejasność logicznego pojęcia "sumy" ( ).

XII ~~VIII~~ Syllogizmy ogólnikowe.

§102 Syllogizmy nieścisłe.

Jeśli jedna choćby tylko przesłanka była sądem problematycznym (65), musi nim być także i konkluzja. Rzecz jasna: wiedza nie może rodzić się z niewiedzy. To samo odnosi się do sądów ogólnikowych (67). Ogólne prawa ~~[illegible]~~ entropii (77) i ścisłości (92) złożyły się na starą szkolną regułę: „Peiorem sequitur semper conclusio partem". „Gorsza" znaczy w tym wypadku: „mniej ścisła".

Syllogizmem ogólnikowym nazwiemy taki, którego (jak wiemy ( ),) konkluzja jest sądem ogólnikowym. Ten może w najrozmaitszych ~~[illegible]~~ racjonalnych i faktycznych występować odmianach: possibilnej (68), częściowej (70), miejscowej ~~[illegible]~~, czasowej, częstotliwej (71). W logometrycznem ujęciu wszystkie te odmiany mogą być traktowane razem ze wspólnego punktu ~~[illegible]~~ wartości bytowej czyli współbytniej (62). Siła korzyści poznawczej, jaką przynoszą nam sądy ogólnikowe (68), pozwala mi też i na sprawę uniosków ogólnikowych w dość pobieżny załatwić się sposób. Dla kazuistyki szkolnej był to, jak wiadomo, jeden z najulubieńszych tematów. Logistyka nowoczesna, nie uznająca pośrednich wartości ~~[illegible]~~ nie ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ ~~przechodzi nad nim~~ pomija go ~~z [illegible]~~ z wyniosłem milczeniem.

§103 Z klasycznych przesłanek.

Jeżeli powiedziałem przed chwilą, że do ogólnikowości syllogizmu wystarcza obecność jednej ogólnikowej przesłanki, nie znaczy to, aby była ona konieczną. Istnieją bowiem wypadki, w których dwie klasyczne relacye ogólnikową tylko dają konkluzyę.*) Mam tu przedewszystkiem na myśli owych ośm możliwych między klasycznemi przesłankami kombinacyi, o których stwierdziliśmy swojego czasu, że nie dają klasycznego wniosku. Możemy łatwo unaocznić je sobie wszystkie za pomocą takich samych, jak tam (97) trójlinearnych wzorów. A oto ich zestawienie:

1. $(A < B)\ (B > C) < (A \blacktriangledown C)$

A nie zastępuje C, bo istnieje w obrębie ogólnej możliwości dziedzina B' (Nie-B), gdzie niema ani A ani C.

2. $(A < B)\ (B \vee C) < (A \rightarrow C)$

A nie warunkuje C, bo zakres B' zawierający wypadki C nie zawiera wypadków A. Istnieją zatem wypadki A'C.

3. $(A > B)\ (B < C) < (A \uparrow C)$

A nie wyklucza C, bo zakres B jest wspólny, istnieją zatem wypadki AC.

4. $(A > B)\ (B \wedge C) < (A \leftarrow C)$

A nie wymaga C, bo w obrębie A jest dziedzina B, w której gromadzą się wypadki AC.

5. $(A \wedge B)\ (B < C) < (A \rightarrow C)$

A nie warunkuje C, bo w obrębie C jest dziedzina B obejmująca wypadki A'C.

6. $(A \wedge B)\ (B \wedge C) < (A \blacktriangledown C)$

A nie zastępuje C, bo jest dziedzina B zawierająca wypadki A'C.

7. $(A \vee B)\ (B > C) < (A \leftarrow C)$

A nie wymaga C, bo istnieje dziedzina B' obejmująca wypdki AC.

---

*) Ich ogólnikowości (wniosku) ponosi tu niezupełne (tj. jakościowe) określenie przesłanek. Przy pełnem, logicznem określeniu konkluzya jest, jak wiemy, zawsze ścisłą (89) i zupełnie klasyczną.

3 $(A \vee B), (B \vee C), < (A \wedge C)$

A nie wykluczą C, bo istnieje dziedzina B', w której gromadzą się wypadki AC.

Jak widzimy, podstawą wszystkich tych wniosków jest istnienie wspólnej dziedziny B wzgl B' obejmującej takie wypadki współbytu, współbraku lub bytu-braku, które nie dadzą się pogodzić z jedną z klasycznych relacyi. A skoro są takie wypadki, tedy nie może istnieć relacya, które je wyklucza. Stąd możliwość ogólnikoej konkluzyi ( ).

§ 104 Z ogólnikowych przesłanek.

Dalszych ośm ogólnikowych syllogizmów otrzymujemy z ośmiu klasycznych wzorów ( ) zmieniając pierwszą x) przesłankę ze ścisłej na ogólnikową i possibilną, częściową, zmienną), w którym to wypadku konkluzya musi również w ogólnikową zmienić się wypowiedź; zmianę taką oznaczymy przyłożeniem znakiem klamry.

9. (Im)im(im): $(A \uparrow B)(B < C) < (A \uparrow C)$ [co w racyonalnem (possibilnem) tłómaczeniu opiewa: „Jeśli A może być B a B jest C, to A może być C", zaś w faktycznej interpretacyi: „Jeśli niektóre (niekiedy, czas jakiś, miejscami) A są B zaś (wszystkie) B są C, to niektóre (niekiedy, czas jakiś, miejscami) A są C".

10. (Co)co(con): $(A \downarrow B)\ (B > C) < (A \downarrow C)$. [Np: „Jeśli niektóre nie-A nie są B a (każde) nie-B nie jest C, to niektóre nie-A nie są C".

11. (Ex)con(ex): $(A \leftarrow B)\ (B > C) < (A \leftarrow C)$.

12. (Im)ex(ex): $(A \uparrow B)\ (B \wedge C) < (A \leftarrow C)$.

13. (Co)min(min): $(A \downarrow B)\ (B \vee C) < (A \rightarrow C)$.

14. (Min)im(min): $(A \rightarrow B)\ (B < C) < (A \rightarrow C)$.

15. (Min)ex(con): $(A \rightarrow B)\ (B \wedge C) < (A \downarrow C)$.

16. (Ex)min(im): $(A \leftarrow B)\ (B \vee C) < (A \uparrow C)$:

Założenia, w których druga przesłanka jest sądem ogólnikowym, nie dają ogólnikowej nawet konkluzyi, tem mniej założenia z dwóch ogólnikowych składające się przesłanek. Ex mere particularibus nihil sequitur. Pochodzi to poprostu stąd, że eliminacya wspólnego wyrazu możliwą jest tylko tam, gdzie funkcya pierwszej przesłanki i argument drugiej albo jednaki posiadają zakres albo zakres pierwszej mieści się w zakresie drugiego.

---

x) Mowa tu o „pierwszej" i „drugiej" przesłance w supposacyi, że założenie zostało uporządkowane w myśl ustalonej § zasady wspólnego wyrazu.

§ 105 Figury szkolne.

Logika szkolna rozróżnia, jak wiadomo, 13 figur syllogizmu ogólnikowego. Liczba ta sprowadza się do 7, jeśli pomijając dialektyczne czysto różnice dotyczące porządku terminów i przesłanek( ), do istotnych, materyalnych ograniczymy się rozróżnień. Przekonamy się wtedy łatwo, że figury Darii, Datisi, Disamis i Dimatis [x)] podpadają pod ogólnikowy nasz wzór 9, figury Ferio, Festino, Ferison i Fresison pod wzór 12, dalej Darapti pod wzór 3, Felapton pod wzór 4, Baroco pod wzór 11, Bocardo pod wzór 14 [xx)]; że wreszcie figura Bamalip powstaje z klasycznego wzoru Cocoon, w którym ścisła konkluzya „P jest S" zastąpioną została in minus ogólnikiem „Niektóre S są P".

Jak widzimy, kazuistyka szkolna nie wyczerpała tematu sądów ogólnikowych i nie mogła go wyczerpać ograniczając się do predykatywnych wypowiedzi i wykluczając podmioty ujemne( ).

x) W ostatnich dwóch figurach dokonano nadto odwrócenia właściwej konkluzyi „Niektóre P są S" na równoważne twierdzenie: „Niektóre S są P"

xx) Tutaj także nastąpiło odwrócenie pierwotnej konkluzyi „Niektóre nie-P są S" na równoważny sąd: „Niektóre S nie są P".

Dialogia.

§ 106

[illegible].

Jeżeli ktoś powiada: "Epimenides jest Kreteńczykiem, a zatem kłamcą", każdy domyśli się, że w mniemaniu mówiącego Kreteńczycy są kłamcami. Inaczej nie byłby on użył słowa "zatem". Podobnie, gdy ktoś powiada: " Jeśli Kreteńczycy są kłamcami, to Epimenides jest kłamcą". Wnosimy wtedy z implikacyjnego połączenia sądów obu, że Epimenides musi być Kreteńczykiem. W obu wypadkach mamy przed sobą konstrukcję, którą klasyczni autorowie nazwali "enthymena", tj. przemilczenia i uważali za ~~sylogizm tylko~~ niezupełny, skrócony (poprostu sylogizm) (syllogismus imperfectus s. decurtatus).

§ 107

Dialogia.

I tu właśnie tkwi błąd klasycznej analizy, że, mylona istotną tożsamością przedmiotu, nie uwzględniała istotnej różnicy, jaka zachodzi między podmiotowem stanowiskiem mówiącego z jednej strony, a słuchacza z drugiej. Ten ostatni musiał istotnie uświadomić sobie wpierw pełny sylogizm, a przemilczenie jednej z przesłanek jest u niego kwestią sporu wnego jedynie wyrazu. Nie tak u słuchacza, który wchodzi w kontakt z innego staje założenia. Jego jedyną przesłanką jest ~~fakt~~ zależność (implikacja), zachodząca między dwoma (faktami wzgl. sądami) czy to istniejącemi już, czy hipotetycznemi tylko (podany za racyę), zaś fakt (sąd), sam przez się, nie stanowi jeszcze dostatecznej do wynikania podstawy (75), której istnienie jednak supponuje, przeto przed umysłem słuchacza staje logiczne zadanie: znaleźć trzeci sąd, który dołączyć by się musiał do sądu implikującego, aby z uzupełnionego w ten sposób założenia sąd ~~implikacyjny~~ implikowany w syllogicznym wynikał następstwie; innemi słowy: mając dany sobie wniosek i jedną przesłankę, znaleźć drugą. A jestto zadanie nietylko różne od syllogicznego, ale biegunowo mu przeciwne tak, jak przeciwne jest odejmowanie dodawaniu, dzielenie mnożeniu, całkowanie różniczkowaniu itp. Nowe to logiczne działanie nazwie w przeciwieństwie do syllogizmu, - dialogia.

§ 108

Niektórzy nowsi pisarze (Duhamel, Sigwart) zdają sobie już jasno sprawę z przeciwstawności obu logicznych działań kładąc przytem jednak zbyt wielki nacisk na zakresowy stosunek terminów. Przeciwstawiają oni mianowicie „redukcję" pochodowi myśli od ogólnego poznania ku szczegółowemu, redukcję jako poszukiwanie większej przesłanki na podstawie mniejszej i konkluzji. Drugi nasz przykład z Epimenidesem zadaje kłam zakresowemu temu sprawdzianowi, który zresztą do predykatywnych jedynie wniosków mógłby znaleźć zastosowanie.

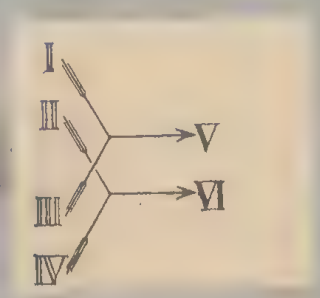
§ 109 Logometryczna analiza.

Najogólniej i najściślej możemy ująć sprawę wniosków tych za pomocą logometrycznej analizy.

Wywiedliśmy swojego czasu (89) ogólne prawo syllogizmu:

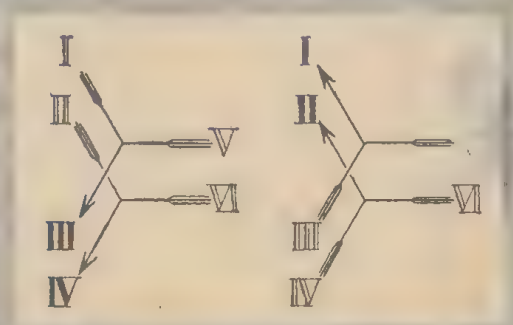
$$r_1(AB) \cdot r_2(BC) < r_3(AC)$$

przez eliminację wspólnego wyrazu z hipotetycznych dwu-równań: I/II i III/IV. Działo się to na podstawie następującego schematu:



Strzałki symbolizują tu kierunek rozumowania od przesłanek do wniosku, który, dla wyrazistości, tłustym oznaczono drukiem.

Obecnie mamy przed sobą odwrotny pochód myśli, [illegible] niony w następujących dwóch schematach:



z których pierwszy znajduje zastosowanie tam, gdzie dano nam relację V/VI, jako wynik relacji I/II, drugie tam, gdzie V/VI wynika z II/IV.

W pierwszym wypadku wspólnym, ulegającym eliminacji, wyrazem jest a, w drugim c.

Mamy tedy w pierwszym wypadku założenie:

$$c = \frac{\beta - \varepsilon}{1 - \alpha} - \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\alpha(1-\alpha)} a \quad \ldots\ldots \text{V}$$

$$c = \frac{\gamma - \vartheta}{1 - \alpha} + \frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\alpha(1-\alpha)} a \quad \ldots \text{V}$$

$$a = \frac{\alpha - \vartheta}{1 - \gamma} + \frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\gamma(1-\gamma)} c \ldots\ldots \text{VI}$$

tudzież

$$b = \frac{\beta - \varepsilon}{1 - \alpha} + \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\alpha(1-\alpha)} a \ldots\ldots \text{I}$$

$$a = \frac{\alpha - \varepsilon}{1 - \beta} + \frac{\varepsilon - \alpha\beta}{\beta(1-\beta)} b \ldots\ldots \text{II}$$

Wyrzucając wartość a raz z równań V i I drugi raz z równań VI i II, otrzymujemy:

$$c = \frac{(\gamma - \vartheta)(\varepsilon - \alpha\beta) - (\beta - \varepsilon)(\vartheta - \alpha\gamma)}{(\varepsilon - \alpha\beta)(1-\alpha)} + \frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\varepsilon - \alpha\beta} \cdot b \ldots \text{III}$$

$$b = \frac{(\alpha - \vartheta)(1-\beta) - (\alpha - \varepsilon)(1-\gamma)}{(\varepsilon - \alpha\beta)(1-\gamma)} \beta + \frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\varepsilon - \alpha\beta} \frac{\beta(1-\beta)}{\gamma(1-\gamma)} \cdot c \ldots \text{IV}$$

W podobny sposób eliminując wyraz c z tudzież VI i IV równań V i III otrzymujemy analogiczny wniosek I/II.

110

Ogólne prawo dialogii.

Stosując do obu tych konkluzyjnych dwu-równań ustalone on-

[illegible] 11,12) [illegible]:

1. przecinania się w neutralnym punkcie,

2. stosunku ogólnych wyrazów,

przekonamy się, że mamy przed sobą istotnie dwa hipotetyczne związki, co uprawnia nas do ogłoszenia następującej, bardzo ogólnej zasady:

Jeżeli dwa w stosunku wynikowym do siebie stojące związki mają jeden termin wspólny, to pozostałe dwa terminy muszą być również hipotetycznie od siebie zależne. [illegible] nazwę ją ogólnym prawem dialogii - staje, obok [illegible] prawa syllogizmu (89), jako równorzędny jego odpowiednik. Podstawą zależności był tam współbyt dwóch związków, tutaj implikacyjna ich zależność.

§ 111. Pokrycie.

Wartość konkluzyjnego pokrycia, obliczona w ten [illegible] w syllogizmie, sposób, wynosi:

$$\eta = \beta\gamma + \frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\varepsilon - \alpha\beta}(1-\beta)\beta$$

względnie

$$\varepsilon = \alpha\beta + \frac{\vartheta - \alpha\gamma}{\eta - \beta\gamma}(1-\beta)\beta$$

§ 112. Dialogiczne prawo znaku.

Z budowy wyrazów tych wynika dialogiczne prawo znaku, które orzeka, iż przy dialigicznym wniosku, podobnie jak przy syllogicznym (91), przesłanki równego znaku dają dodatni wniosek, przesłanki różnego znaku - wniosek ujemny.

§ 113. Dialiticzne prawo ścisłości.

Podstawiając w ogólnym wzorze (20) otrzymane powyżej konkluzyjne pokrycia η i ε, otrzymujemy dwie znamienne relacje, które nazwę syllogicznym prawem ścisłości.

$$\xi_2 = \frac{\xi_3}{\xi_1}$$

względnie

$$\xi_1 = \frac{\xi_3}{\xi_2}$$

[illegible] i dialogicznej równa się [illegible] ankowych [illegible]

$$\frac{\xi}{\eta} = {}_{\alpha}\xi$$

$$\frac{{}_{\alpha}\xi}{\xi} = {}_{1}\xi$$

związek wynikowy musi być ściślejszy od dwóch (tj. [illegible] ilorazowej) [illegible] przesłanek. Tam tylko, gdzie dolna przesłanka była konjunkcją (39), ścisłość górnej przechodzi niezmieniona na konkluzję; jeżeli była ona dyjunkcją (40), zmienia się znak ścisłości z dodatniego na ujemny, lub odwrotnie.

§ 114

Iloraz logiczny.

Pozwolę sobie obecnie, celem krótszego wyrazu, wprowadzić nowy ideograficzny symbol, o którym sądzę, że posiada, podobnie, jak znaki iloczynu i sumy logicznej, nie konwencjonalne tylko, ale istotne, w samejże naturze przedmiotu uzasadnione, znaczenie. Mam tu na myśli symbol ilorazu logicznego, wzgl. logicznego dzielenia. Analogja ta nadto widoczna. Tak samo bowiem, jak w matematyce, jednej iloczynowej relacji:

$$ab = c$$

odpowiadają dwie ilorazowe:

$$\frac{c}{a} = b$$

$$\frac{c}{b} = a$$

tak i tutaj, syllogicznej relacji:

$$(A < B)\,(B < C) < (A < C)$$

odpowiadają dwie ilorazowe:

$$\frac{A < C}{A < B} < (B < C)$$

$$\frac{A < C}{B < C} < (A < B)$$

przyczem znaczenie logicznego znaku ułamka całkiem jasno się uzasadnia. Jeżeli, mianowicie, "iloczyn logiczny" symbolizował współistnienie dwóch treści (wzgl. współważność dwóch sądów), to "iloraz logiczny" nie może oznaczać nic innego, jak zachodzący między niemi hipotetyczny związek implikacji. W tej symboliki tej wyraz $\frac{B}{A}$ oznacza przedstawiony [illegible] relacji wynikania bytu B z bytu A, [illegible] wydany, stwierdzający istnienie [illegible]:

$$1 < \frac{B}{A}$$

zastąpienie B z A w miejsce. Każde obie strony przez A otrzymujemy rozwinięty format uproszczenia:

$$A < B$$

Operacya całkiem podobna do matematycznej.

W naturalnem rozwinięciu symboliki ilorazowej możemy wyrazić (za pomocą negacyi mianowicie) także i trzy dalsze tłumaczyczne związki. Wyraz $\frac{B'}{A'}$ oznacza (przedstawione) warunkowanie, wyraz $\frac{B'}{A}$ wykluczanie, wyraz $\frac{B}{A'}$ zastępowanie B przez A.

Sylloglczne założenie przedstawia się jako iloczyn dwóch ułamków:

$$\frac{B}{A} \cdot \frac{C}{B} < \frac{C}{A}$$

dialogiczne założenie jako iloraz, tychże:

$$\frac{\frac{C}{A}}{\frac{B}{A}} < \frac{C}{A}$$

wzgl.

$$\frac{\frac{C}{A}}{\frac{C}{B}} < \frac{B}{A}$$

Wszystkie te wzory ujawniają głęboką analogię, jaka zachodzi między logicznym a matematycznym ilorazem. Ułamek logiczny „skraca się" poprostu [illegible] raz wspólny.

§ 115 Prawo trójkąta.

Podstawiając w dialogicznych wnioskach III/IV wzgl. I/II ( ) obliczoną w § 90 wartość konkluzyjnego pokrycia ϑ,

otrzymujemy z powrotem równania syllogicznych przesłanek III/IV wzgl. I/II (88). Z algebraicznego stanowiska było to z góry do przewidzenia. Jeżeli bowiem z dwóch równań wynikło trzecie, to naturalnie i na odwrót z konkluzyi tej i jednej przesłanki możemy zawsze odtworzyć drugą. Równie oczywistą wydaje się rzecz w geometrycznym obrazie (87); mniej oczywistą w logicznej interpretacyi. Ta opiewa: Jeżeli dwa czy-to współistniejące czy uzależnione od siebie związki posiadają jeden wyraz wspólny, to pozostałe dwa wyrazy stają do siebie również w pewnym ściśle określonym hipotetycznym związku. Powstaje w ten sposób zamknięty w sobie logiczny system tak zbudowany, że dwa związki i zachodzący między niemi stosunek, możemy także oznaczyć trzy pozostałe elementy tj. trzeci związek i logiczny jego stosunek do tamtych obu. Zasadę tę obejmują obu ogólne prawa syllogizmu (89) i dialogii ( ) nazwiemy logicznem „prawem trójkąta" i spróbujemy uzasadnić je sobie w podobny sposób jak ongiś (93) budowę syllogicznego łańcusznika. W Fig. 28 symbolizują punkty A, B i C trzy relacyonalnie ze sobą związane zjawiska. Proste AB, BC i AC przedstawiają owe właśnie relacye a zawarte między niemi kąty określają zachodzące między niemi stosunki współbytu i wynikania. Pierwszy wyraża się tępym kątem, drugi ostrym. Jednemu tępemu kątowi towarzyszą zawsze dwa ostre; znając dwa boki i zawarty między niemi kąt możemy zawsze trzeci bok i dwa przyległe do niego kąty. Jeżeli zaś mogliśmy także i obu-

znając

Analogia tedy widoczna.

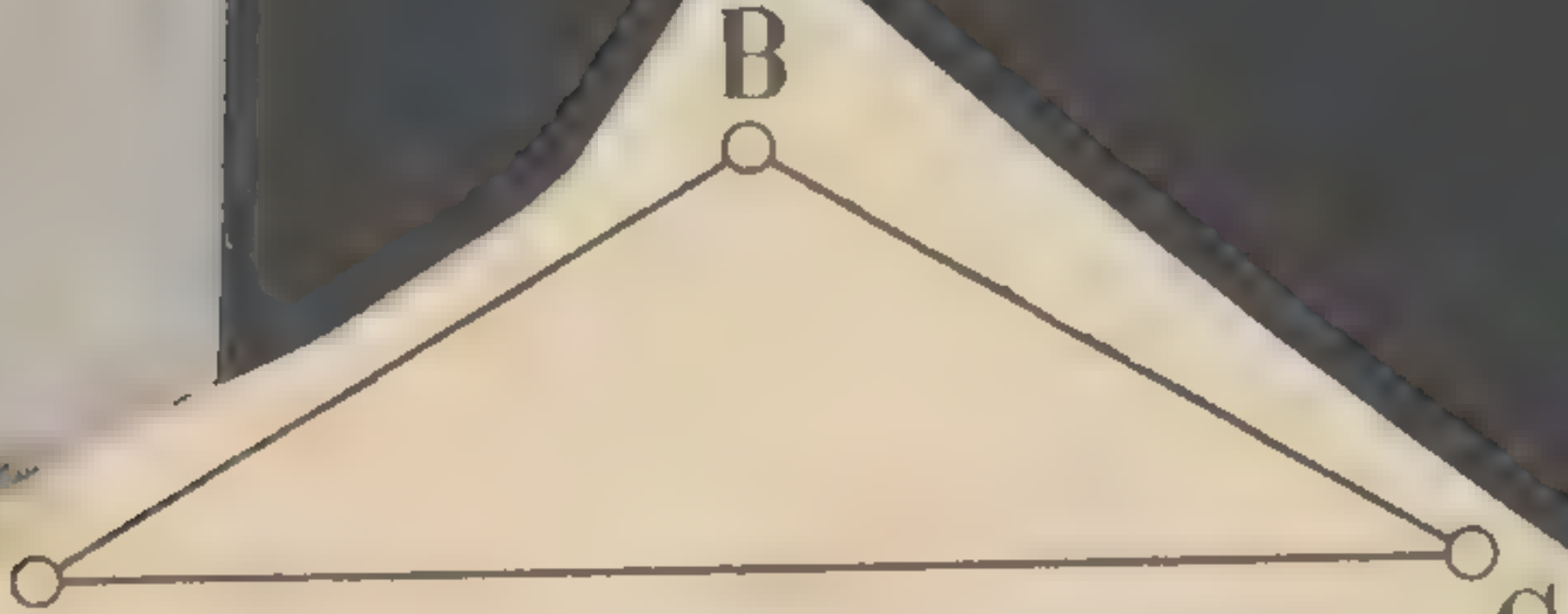


Fig. 28

gość bokiem (im krotszy bok, tem ściślejszy związek), to trójkąt nasz uroczni pam też i oba prawa ścisłości: syllogiczne (92) i dialogiczne (113).

§ 116 Trójkąt równokątny.

Są wszakże wypadki, w których współważność i zależność ~~syllogiczne i dialogiczne połączenie~~ dwóch przesłanek do jednej i tej samej prowadzą konkluzyi. Ma to mianowicie miejsce wtedy, gdy przesłanki te podwójnemi są związkami (21), a więc konjunkcyą-konjunkcyą, dysjunkcyą-dysjunkcyą, konjunkcyą-dysjunkcyą i dysjunkcyą-konjunkcyą. W dwóch pierwszych wypadkach otrzymujemy jako wynik konjunkcyę, w dwóch ostatnich dysjunkcyę. W ustaszie takim zaciera się ~~różnica~~, jak powiedziałem, różnica między syllogicznem a dialogicznem połączeniem sądów, między kątem tępym ($>60^0$) a ostrym ($<60^0$). Staje przed nami „trójkąt równokątny", tem samem i równoboczny tj. taki, w którym wszystkie trzy relacye jednaką posiadają ścisłość ±1.

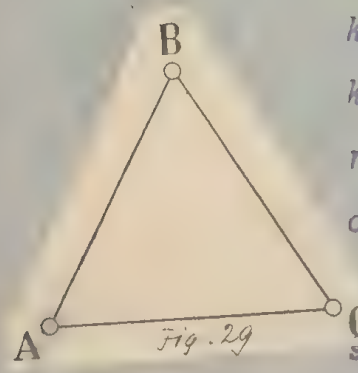


Fig. 29

Fig. 29.

Najpospolitszy przykład układów takich widzimy w matematyce, gdzie między funkcyą a argumentem podwójny, konjunkcyjny zachodzi związek: „jeśli jest argument, jest funkcya, jeśli jest funkcya, jest argument" (14). ~~[illegible]~~ Mając przed sobą dwa takie funkcyonalne równania, mogę równie dobrze uważać je za współważne jak zależne od siebie. ~~[illegible]~~ konkluzya matematyczna, ~~[illegible]~~ będzie w obu wypadkach jadnaka (117).[x)]

x) Dotyczy to jedynie równań funkcyonalnych; ~~[illegible]~~ nierównania podpadają pod ogólne prawo trójkąta (115).

gość boków (im krótszy bok, tem ściślejszy związek), ta trójkąt nasz unaocznia nam też i oba prawa ścisłości: syllogiczne (92) i dialogiczne ( ).

117 Dwojaka eliminacya.

Syllogiczny wywód wniosku (88) tem jedynie różni się od dialogicznego (109), że podstawowy dla obu akt eliminacyi wspólnego wyrazu tu i tam w różny dokonuje się sposób. Zjawisko to, nieznane w matematyce, wiąże się ściśle z dwutorowością funkcyi logicznych.

Jeżeli dano mi dwa zwykłe funkcyonalne równania:

$$f_1(x\,y) = 0$$
$$f_2(y\,z) = 0$$

to eliminacya zmiennej y może jeden tylko i ten sam zawsze dać wynik:

$$f_3(xz) = 0$$

Inaczej przy funkcyi dwutorowej. Mając przed sobą dwa hipotetyczne dwu- równania :

$$f_1(x\,y) = 0$$
$$f_2(x\,y) = 0$$

$$f_3(y\,z) = 0$$
$$f_4(y\,z) = 0$$

możemy wyrugować wyraz wspólny

1 albo przez połączenie pierwszego równania z trzeciem a drugiego z czwartem,

2. albo też pierwszego z czwartem a drugiego z trzeciem. Pierwsze ma miejsce przy syllogicznym wniosku, drugie przy dialogicznym. Pierwszemu towarzyszy jasny logiczny sens substytucyi, mocą której wynikające z pierwszej przesłanki następstwo wchodzi jako racya w drugą. Nie posiada natomiast sensu takiego druga operacya, przy której równania ze sobą i eliminujemy dwa argumenty wzgl. dwie funkcye, chyba żebyśmy przyjęli, że w drugiej (implikującej) prze-

słance nastąpiła wpierw zamiana ról, mocą której stało się argumentem to co było funkcyą a funkcyą to co było argumentem.

§118 Inwersya.

Taką zamianę ról argumentu i funkcyi w dwutorowym hipitetycznym związku nazwiemy odwróceniem jego czyli inwersyą. Szczupłość miejsca nie pozwala mi na rozwinięcie zajmującego tego tematu. Zaznaczę jedynie, że inwersya jest logometrycznym wyrazem przemiany twierdzenia na racyę zdania głównego: „A stoi w relacyi r do B" na zdanie wwarunkowe: „Jeśli A stoi w relacyi r do B"; mówiąc znakami: przemiany wyrazu (ArB) na wyraz $\frac{1}{A\ r\ B}$ (114). Nie trudno przytem przekonać się, że inwersya związek urojony t.zn. wykraczający przeciw jednemu z zasadniczych hipotetycznych postulatów (11): co naturalnie nie przeszkadza nam posługiwać się nim w rachunku i dochodzić do równie realnych rezultatów jak te, które osiąga matematyk przy pomocy liczb urojonych.

związku realne go — z wyjątkiem konjunkcyi i dysjunkcyi — daje z konieczności

W dziedzinie związków klasycznych odwrócenie implikacyi daje warunek, odwrócenie warunku implikacyę, odwrócenie ekskluzyi zastępstwo, odwrócenie zastępstwa ekskluzyę. Podwójne związki konjunkcyi i dysjunkcyi nie zmieniają się przez odwrócenie. Wszystkie te prawdy możemy wyczytać wprost z relacyonalnych naszych znaków poprostu obracając je o 180° argument (/) przemawiający za użyciem tych właśnie a nie innych znaków.

Oto jawne jeden por. 36

(119)

§) Dialogie klasyczne.

Podstawiając w obu dialogicznych wzorach pokrycia (111) pod ogólne wyrazy ϑ i ε wzgl ϑ i η po kolei cztery klasyczne wartości (29), otrzymujemy 32 różnych wartości konkluzyjnego pokrycia, z których wszakże tylko połowa charakteryzuje związek klasyczny. Liczba ta odpowiada ośmiu klasycznym syllogizmom, jako że każdy z nich, prawem trójkąta (115), podaje dialogiczne uzasadnia wnioski. Przeprowadzenie rachunku tego muszę, ze względu na szczupłość miejsca, pozostawić czytelnikowi.

Jeżeli obie przesłanki zawierały, obok wiadomych hipotetycznych uzależnień, dodatkowe jakieś (czasowe, miejscowe, modalne 58,) określenia, to te przechodzą, podobnie jak w syllogicznym wniosku, także i na konkluzyę. Wspólność logicznego miejsca (48) określa wniosek predykatywny, różność jego wniosek przyczynowy (52).

(120)

§) Dialogie predykatywne.

O ileby śmy, idąc śladem gramytyków i logików szkolnych, wykluczyli podmioty ujemne, liczba predykatywnych dialogii skurczy się do czterech, tych mianowicie, które wywodzą się z syllogicznych wzorów Barbara (Imimim) i Celarent (Imexex). Uznanie ujemnych także podmiotów podnosi liczbę tę do szesnastu, po dwa z każdego syllogicznego wzoru.

(121)

§) Dialogie przyczynowe.

Najważniejsze niewątpliwie zastosowanie znajduje logiczne prawo trójkąta w dziedzinie przyczynowego poznania. Wnioskujemy tu z przyczyn na skutku i ze skutku o przyczynach. W priewszym wypadku posługujemy się syllogiczną, w drugim dialogiczną formą wniosku.

Skutek nie jest nigdy wynikiem jednej tylko przyczyny, ale powstaje ze zbiorowego współdziałania wielu, może nawet nieskończenie wielu „przyczyniających się" doń determinantów. Umysł nasz zwykł upraszczać sobie zadanie dzieląc cały ten, bardzo zawiły nieraz a rzadko w całości znany kompleks na dwie równorzędne grupy:

1. Ogólny układ przyczynowy tj pewien stosunkowo trwały zespół dodatnich i ujemnych determinantów („przyczyn", „warunków", „przeszkód", „okoliczności"), do którego to zes połu przyłączyć się jeszcze talko musi

2. jeden jakiś, ostatni czynnik, jakaś „przyczyna κατ' ἐξοχήν", jak ją Schoponhauer nazywa, my powiemy krótko: jakiś „powód" (Anlass, occasion), aby wyniknął skutek. Mamy wtedy przed sobą syllogizm:

Układ ✕ Powód < Skutek

słowami: „Jeśli istnieje układ U i powód P, to zaistnieje skutek S". Wynikają stąd dwie dialogie:

1. $\frac{\text{Skutek}}{\text{Powód}}$ < Układ

słowami „Jeśli powód P wywołał skutek S, musiał istnieć ogólny układ U"

2. $\frac{\text{Skutek}}{\text{Układ}}$ < Powód

słowami: „Jeśli na tle układu U zaistniał skutek S, musiał mieć miejsce powód P".

Właściwą dziedziną syllogizmu przyczynowego jest obszar przyszłości. Wnioskujemy tu bowiem z istnienia pewnych przyczyn na istnienie p ewnego skutku. Wręcz przeciwnie ma się rzecz z pośrednim poznaniem przeszłości. Przed historykiem, który nie kronikę tylko, ale pragmatyczną pisze historię, staje przedewszystkiem dialogiczny problem poznania, na podstawie widocznych faktów, owej niewidzialnej sieci związków przyczynowych, które

uzależniając jedne zjawiska od drugich, te właśnie a nie inne wyłączają lub kolejne. Występuje tu pierwszy dialogiczny wzór:

naw

$$\frac{\text{Fakty następne}}{\text{Fakty poprzednie}} < \text{Układ przyczynowy}$$

Podobny sposób rozumowania widzimy też i w innych ~~naukach~~ doświadczalnych naukach:

$$\frac{\text{Spostrzeżenie I}}{\text{Spostrzeżenie II}} < \text{Układ}$$

względnie przy eksperymentalnych zabiegach,

$$\frac{\text{Wynik}}{\text{Próba}} < \text{Układ}$$

Mówiąc ogólniej:

~~[illegible]~~, nauki, teoretyczne ~~[illegible]~~ posługują się niemal wyłącznie dialogią pierwszego typu, pozostawiając typ drugi do równie wyłącznego użytku technice i wogóle działaniu. To bowiem, mając przed sobą z jednej strony jakiś „cel" życiowym wytknięty interesem, z drugiej strony znajomość ogólnego przyczynowego układu, staje co chwila wobec problemu „znachodzenia" takich treści, których realizacya, na tle owego ogólnego układu, powodowałaby realizacyę celu. Treści takie zowiemy „środkami". Zadanie praktyczne streszcza się tedy w dialogicznem wzorze:

$$\frac{\text{Cel}}{\text{Układ}} < \text{Środek}$$

który posługuje się z reguły ~~[illegible]~~ rozsądnie racyonalny dobierając „celowo", ~~[illegible]~~ dialogicznie ~~[illegible]~~, środki ~~[illegible]~~ do zamierzonego celu. Fantastyczne ~~[illegible]~~ umysły, przeciwnie, idą raczej metodą próby, przy której szereg próbnych syllogizmów zastępuje dialogię.

też

prowadzące

1

XIV. L O G I S T Y K A:.

§ 118. Ideografia logiczna.

W cytowanej już na wstępie (3) rozprawie: „O podstawach myślowych logistyki" starałem się określić jasno istotę t.zw. logiki symbolicznej tj. ustalić właściwe znaczenie znaków i działań ; na którą to pracę powołując się, mogę w tem miejscu do krótkiego ograniczyć się streszczenia.

Przedewszystkiem należy ściśle rozróżniać - na co niestety nie dość zwraca się uwagi - między ideografią logiczną a logicznym rachunkiem, w których pierwsza ujawnia się w t.zw. nierównaniach, druga w równaniach logicznych. Zadaniem ideografii jest: wyrażać złożone logiczne stosunki równie zwięzłe, ścisłe i przejrzyste wzory jak te, któremi poszczycić się może w swojej dziedzinie matematyk. Do tego celu przedewszystkiem zdają się dostosowane symboliczne systemy Peana, Frege'go i Russell'a; takie też tylko a nie inne znaczenie posiada używana przez nas w poprzednich rozdziałach symbolika. Wielkie litery A,B,C,... oznaczają tu ogólnie pewne przedstawione (hipotetyczne) treści ; umieszczone między literami znaki: < ∧ ✕ ← ⊻ zachodzące między treściami stosunki i związki. Iloczyn oznacza symbolicznie współbyt, iloraz implikacyę, suma stosunek (minimalnego wzgl. alternatywnego) zastępstwa. Samoistność wypowiedzi nadaje jej, podobnie jak w matematyce, wartość asercyi którą odbiera jej znów wraz z samoistnością, znak klamry, zamieniając „sąd wydany" na „przedstawiony", na „objektyw"( ).

§ 125 Algebra logiczna.

Inaczej całkiem ma się rzecz z algebrą logiczną czyli „logistką". Ta jest

~~logistyka jest~~ zwykłym ilościowym, a nie, jak wielu sądzi, ~~osobnym jakimś~~ „symbolicznym" tylko rachunkiem. Wyrazy jej, proste zarówno jak złożone, nie oznaczają ani treści pojęć ani zakresów ani klas,x) ale rozmaite wartości bytowe (tj. gatunkowe stopnie bytu ( ) wzgl. prawdopodobieństwa). Te będąc czystemi (bezwymiernemi) liczbami, dają się mnożyć przez siebie, dzielić, potęgować nie zmieniając pierwotnego swego znaczenia. Równania logistyki są matematycznemi sądami stwiedzającemi istnienie pewnych ilościowych między wartościami relacyi.

f(a, b, c....)

Według powyższej definicyi byłaby logistyka, podobnie jak i logometrya, równoznaczną z rachunkiem prawdopodobieństwa. Jakoż nie jest ona w istocie swej niczem innem jak rachunkiem prawdopodobieństwa, ściślej mówiąc, specyalną jego odmianą, taką mianowicie, która, wykluczając wszystkie pośrednie (probabilne) wartości, uznaje dwa tylko skrajne ~~[illegible]~~ wypadki prawdopodobieństwa (tj. dodatnią i ujemną pewność. ~~[illegible]~~ (1 i 0

§ 126 Prawo pewności.

Ograniczenie to pociąga za sobą specyalne, nieznane w zwykłej algebrze prawo, które nazwę prawem pewności:

$$a^n = a$$

Naturalnie: 1 i 0 są jedynemi liczbami, które nie zmieniają się przez potęgowanie. Jeżeli zjawisko jakieś jest konieczne albo niemożliwe, to szansa, że zaistnieje ono wzgl. zabraknie raz, dwa razy, dziesięć razy, będzie zawsze jednaką.

x) Z matematycznego stanowiska „mnożenie" jednego „zbioru" przez drugi nie ma żadnego wręcz sensu, chyba żeby otrzymany tą drogą wynik innym jakimś, kwadratowym czy sześciennym był zbiorem, czem naturalnie nie jest. Stąd ~~pomysł~~ „symboliczna" interpretacya rachunku.

§ Prawo iloczynu i negacyi.

Poza tem obowiązują tu znane dwa probabilne aksiomaty: prawo negacyi:

$$w(-A) = 1 - a$$

i prawo iloczynu:

$$w(A' \text{ i } B') = ab$$

§ Suma logiczna.

Prawdopodobieństwo, że nie zaistnieje ani A ani B jest :

$$w(A' \text{ i } B') = (1-a)(1-b) = 1 - a - b + ab$$

zaś szansa przeciwna, że nie braknie równocześnie obu, że zaistnieje co najmniej jedno z obu zjawisk, będzie:

$$w(A \text{ lub } B) = a + b - ab$$

Wyraz ten nazwiemy minimalną sumą i wprowadzimy dlań, dla skrócenia, osobny algebraiczny znak rogatej klamry.

$$[a + b] = a + b - ab$$

Jeżeli dodamy postulat, że zjawiska A i B wykluczają się nawzajem, że zatem kombinacya (A i B) nie istnieje :

$$ab = 0$$

to suma minimalna przekształca się w alternatywną:

$$w(\text{albo } A \text{ albo } B) = a + b$$

którą zatem należy uważać za specyalny wypadek tamtej.

Na zasadnicze to rozróżnienie ~~między obu powyższych podziałów logicznej~~ sumy należy tem większy położyć nacisk, im mniej przestrzegamy go w myśli codziennej i w mowie mięszając często minimalny łącznik „lub" z alternatywnym (disjunktywnym) „albo-albo". Ujawniająca się w tem nieścisłość myśli podzieliła się też i teoryi. Logika szkolna nie zna poprostu minimalnej sumy a symbolika nowoczesna obejmująca obie relacye jed-

[illegible]

Das [illegible] gleichzeitig zur Bildung der [illegible]

[illegible] (zwei Fragen):

[illegible] ([illegible]) = [illegible] — [illegible]

[illegible]:

[illegible] ([illegible]) = [illegible]

[illegible].

[illegible], so mit [illegible] [illegible] [illegible].

[illegible] ([illegible]) = [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible], so [illegible] [illegible]

[illegible], so [illegible] [illegible]

[illegible]:

[illegible] ([illegible]) = [illegible] — [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]

[illegible].

[illegible] = [illegible]

[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [

nem wspólnem mianem „sumy" i znakiem wspólnym „a + b" dopełniła zamięszania. Mógłbym przytoczyć szerego cytatów, z których wynika, że logistycy na tym punkcie nie są między sobą zgodni, że co więcej zdarza się, iż jeden i ten sam autor w jednej i tej samej pracy dwojaką przyjmuje interpretacyę. Inni wreszcie sądzą, że wybór jednego albo drugiego znaczenia w każdym poszczególnym wypadku realnym kierować się powinien sensem. Zasadnicza ta niejasność, ta dwuznaczność logicznego symbolu, to zewnętrzne podobieństwo a wewnętrzna rozbieżność z matematycznym - oto co rozdwoiło niepotrzebnie obie algebry. Przywracamy jedność z chwilą, gdy zamiast matematoidalnego pojęcia „sumy" „a + b" wprowadzimy ścisłe matematyczne jej pojęcie $[a+b] = a+b-ab$

§ 1 Zastosowania.

Szczupłość miejsca każe mi ograniczyć się do kilku zaledwie przykładów dowodzących, w jak łatwy i naturalny sposób odrębne rzekomo wzgl. teoremy „symbolicznej" aksiomaty „algebry" dają się do wspólnych, matematycznych sprowadzić zasad.

Zasada sprzeczności:

$$a a' = a(1-a) = a - a^2 = a - a = 0$$

Prawo tautologii:

$$[a+a] = a + a - a^2 = a + a - a = a$$

Prawo absorpcyi:

1. $[a+ab] = a + ab - a^2 b = a + ab - ab = a$
2. $a[a+b] = a^2 + ab - a^2 b = a + ab - ab = a$

Prawa de Morgana:

1. $[a+b]' = 1 - (a+b-ab) = (1-a)(1-b) = a'b'$
2. $[a'+b'] = 1 - a + b - (1-a)(1-b) = 1 - ab = (ab)'$

Itd. itd.

Wszystkie te teoremy są, jak widzimy, ważne o tyle tylko, o ile pojęciu sumy inimalne nadamy znaczenie albo też, przy alternatywnem znaczeniu, przyjmiemy dodatkowy postulat: $ab = 0$

§ Dualność.

Znamienne dla rachunku logicznego a nieznane w matematyce prawo dwoistości (dualności) wynika bezpośrednio z formułek de Morgan'a. Jeżeli dwa wyrazy logistyczne są sobie równe, to równe są też i ich negaty. Że zaś każdy wyraz, o ile nie jest prostym, jest tu albo iloczynem albo sumą zaś negacya zmienia iloczyn na sumę a sumę na iloczyn negatów, przeto jasnem jest, że każdemu prawdziwemu w sobie równaniu („aksiomatowi" wzgl. „teorematowi") odpowiada drugie również prawdziwe równanie, w którem pomieniano ze sobą znaki mnożenia i dodawania zastępując równocześnie jedynki przez zera a zera przez jedynki.[x)]

W analogiczny sposób wywodzi się idograficzne prawo dualności z prawa kontrapozycyi.

x) Ściśle biorąc, zmieniono tu także negaty a', b', c'... na dodatnie :a, b, c... co wolno było uczynić, ponieważ są to wszystko ogólne, wartości, wskutek czego obojętną zgoła jest rzeczą, które z obu przeciwnych znaczeń uznamy za tezę a które za negat.

[illegible]

[illegible]

[illegible]

Rachunek relacyi.

Jak stwierdziłem już poprzednio (14), związek hipotetyczny nie da się zalgebraizować (tj. przetłómaczyć na ilościowe relacye)inaczej jak w formie hipotetycznego dwurównania. Nie czynią w tym kierunku wyjątku i cztery klasyczne związki.O ile wszakże ogrnaiczymy się tu do obu skrajnych bytowych wartości 1 i 0,możliwym staje się dla tych specyalnie przybliżony rachunek relacyi, w którym hipotetyczne dwurównanie zastąpionem zostało przez jedno hiperboliczne równanie „inkonsystencyi".

Relacya ilościowa :

$$xy = m$$

przedstawia, jak wiadomo, w geometrycznym obrazie pęk hiperbol, których przebieg tem bardziej zbliża się do obu osi (jako asymptot),im mniejszą wartość nadamy parametrowi m. Krańcowy wypadek :

$$xy = 0$$

jest wręcz równaniem obu osi, którym to dwulinijnym układem możemy w przybliżeniu zastąpić właściwy, dwutorowy przebieg ekskluzyi(33). Bo jakkolwiek tory funkcyi tej odchylają się od obu osi, to jednak wspólne im i osiom skrajne punkty przynależności Q i R mogą służyć do jakościowego przynajmniej jej wytyczenia ( ), a tem samem do wytyczenia trzech pozostałych klasycznych związków: wynikania, warunkowania i zastępstwa. Wystarczy w tym celu podstawić pod ogólne wyrazy x i y odpowiednie logistyczne wartości a , a′ wzgl. b ,b′. Mamy tedy, jako logistyczny wyraz

wynikania : $ab' = 0$

warunkowania: $a'b = 0$

wykluczania: $ab = 0$

zastępowania: $a'b' = 0$

~~Podwójne związki konjunkcyi i dysjunkcyi wyrażają się, jak wiemy, zwykłemi algebraicznemi równaniami:~~

~~konjunkcya: $a + b = 0$~~

~~dysjunkcya: $a + b = 0$~~

[illegible] 1.

[illegible] (44), [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] (44). [illegible] [illegible]
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible].
[illegible] [illegible] [illegible] [illegible] [illegible]
[illegible] [

W równaniach tych oznaczają litery a, a', b, b' zmienne o dwóch możliwych wartościach 1 i 0.x) Podstawiając po którąkolwiek z zmiennych jedynkę, otrzymujemy dla drugiej wartość 0, podstawiając 0 nie otrzymujemy dla drugiej żadnej określonej wartości, jako że każda czyni zadość równaniu. W ten to sposób wymija rachunek logistyczny niedostępne dlań zadanie pośrednich funkcyonalnych oznaczeń wartości.

Inaczej ma się rzecz z podwójnemi związkami konjunkcyi i dysjunkcyi, które, jak wiemy, zwykłemi algebraicznemi wyrażają się równaniami:

konjunkcya: $a - b = 0$

dysjunkcya: $a + b = 0$

Tutaj możliwe są cztery sześcioro wnioski z wartości argumentu na wartość funkcyi.

§ 130 Zdania poboczne.

Ustalone przed chwilą cztery logistyczne równania związków pozwalają nam też tłómaczyć zdania poboczne („sądy przedstawione", hipotezy związków, objektywy) na odpowiednie ilościowe symbole. Skoro bowiem wyraz „a" oznacza prawdopodobieństwo „że A istnieje" a wyraz „a'" prawdopodobieństwo „że A nie istnieje"

$$w(A \sim 1) = a$$

$$w(A \sim 0) = a'$$

to w naturalnem następstwie wartość bytowa czterech klasycznych związków wyrażać się będzie (w logistycznem przybliżeniu) wyrazami:

$$w(A < B) = 1 - ab'$$

$$w(A > B) = 1 - a'b$$

$$w(A \wedge B) = 1 - ab$$

$$w(A \vee B) = 1 - a'b'$$

---

x) Zapoznanie tego zmiennego charakteru znaków doprowadziło logistyków jawnie do niedorzecznej a jednak z uporem głoszonej tezy: „1 (prawda) wynika z wszystkiego" a „Z nie-bytu (fałszu) wynika wszystko"!

Dowody. Wnioski.

(dla przykładu

Spróbujmyż teraz (parę typowych zastosowań.

Wywód rzekomych aksiomatów.

Teza: $AB < A$

Dowód: $ab(1-a) = ab-a^2b = ab-ab = 0$ q.e.d.

Komplikacya ( ).

Teza: $(A < B)(A \wedge B) < (A \sim 0)$

Dowód: 1). $ab' = 0$ 2). $(1-ab')(1-ab) =$

$ab = 0$ $= 1-ab'-ab+0 = 1-a(b+b') =$

$a(b+b') = a = 0$ | q.e.d. $= a'$ q.e.d.

Dedukcya ( ).

Teza: $(A \vee B)(A \sim 0) < (B \sim 1)$

Dowód: 1). $ab' = 0$ 2). $(1-a'b')a' = a'-a'b' =$

$a' = 1$ $= a'b$

$b' = 0$

$b = 1$ q.e.d.

Syllogizm.

Teza: $(A \wedge B)(B > C) < (A \wedge C)$ (Exconex)

Dowód: 1.) $ab = 0$ $b'c = 0$

$c = c$ $a = a$

$abc = 0$ $ab'c = 0$

$ac(b+b') = ac = 0$ q.e.d.

Albo: 2.) $(1-ab)(1-b'c)(1-ac)' = ac-ac(b+b') = 0$ | q.e.d.

Dialogia

Zadanie: $\dfrac{A < C}{A < B} = ?$ $\dfrac{A < C}{B < C} = ?$

$(1-ab')(1-ac')' = 0$ $(1-bc')(1-ac')' = 0$

$ac' - ab'c' = 0$ $ac' - abc' = 0$

$abc' = 0$ $ab'c' = 0$

$AB < C$ $A < [B+C]$

Wnioski te, jak widzimy, odbiegają nieco od tych, do których upoważniłoby nas, w razie ścisłego (logometrycznego) określenia przesłanek, logiczne prawo trójkąta. Świadczą one chlubnie o przezorności logicznego rachunku. Nie trudno bowiem przekonać się, że przy topologicznem (jakościowem jedynie) ujęciu relacyi jeden i ten sam wniosek: „$A < C$" może z różnych wynikać założeń a więc nietylko: $(A < B)(B < C)$, ale także: „$(A < B)(AB < C)$" tudzież: „$(A < [B+C])(B < C)$", Skoro tedy nie możemy wiedzieć, które z obu możliwych założeń ma odtworzyć ma dialogia, słusznem jest, że odtwarza ogólniejsze, w którem tamto drugie jako specyalny mieści się wypade

§ 132. Krytyka.

Ograniczenie wartości bytowej zmiennych do dwóch tylko skrajnych wypadków: 0 i 1 uprościło niepomiernie rachunek logiczny czyniąc zeń sprawne nad wyraz i wygodne pomocnicze narzędzie myśli. Z drugiej wszakże strony nie wolno zapominać, że to samo właśnie ograniczenie wartości czyni z algebry logicznej przybliżony tylko rachunek (130), którego kompetencyę przekraczając, popadamy wnet w niedokładność, błąd czy jawną nawet niedorzeczność (por. § 130 odnośnik).

Najsłabszą wszakże stroną algorytmu tego w dzisiejszej jego, powszechnie niemal przyjętej postaci jest dwuznaczność znaku sumy, pod który to znak, jak stwierdziłem już (127), dwojakie można podkładać znaczenie: alternatywne i minimalne. W rachunku ścisłym dwuznaczność taka jest zasadniczo niedopuszczalną i nie może bez złych pozostać następstw.

Weźmy przykład, pierwszy z brzegu. Oto dany nam prosty (minimalny) wypadek zastępstwa:

$$A \vee B$$

co, w myśl przyjętego przez Schrödera, Couturata i.i. pojęcia sumy, wyraża się równaniem:

$$a + b = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1$$

Rozwijając oba pierwsze wyrazy:

$$a\,(b + b') + b\,(a + a') = 1$$

i przeprowadzając właściwe skróty otrzymujemy:

$$a + a'b = 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2$$

Zrównanie lewych stron równości (1 i (2 daje nam relacyę:

$$ab = 0$$

a więc równanie ekskluzyi:

$$A \wedge B$$

Skąd, pytam, bierze się tu ekskluzya ? Wszak nie było jej w założeniu. Stworzył ją poprostu sam rachunek wylęgła się ona z dwuznacznego znaku sumy. Rozumie się, bezprawnie. Bylibyśmy uniknęli błędu posługując się znakiem rogatej klamry (127) wzgl. odpowiednim algebraicznym wyrazem.

Przykład ten - a możnaby przytoczyć podobnych wiele - wystarcza, aby uzasadnić twierdzenie, że algebra logiczna w obecnej swej postaci jest mylną i , jako taka, wymaga rekonstrukcyi, takiej mianowicie, któraby, rozróżniając wyraźnie oba rodzaje sumy logicznej, usunęła fatalną dwuznaczność. Tykie właśnie rozróżnienie sprowadziło nas z powrotem do zwykłej, matematycznej algebry tj. rachunku prawdopodobieństwa wzbogaconego jednym tylko nowym, specyalnym aksiomatem: „prawem pewności" (125).

Nadan Weiss

D/352

O funkcji hipotezy
jako podstawie
logicznej.

(Streszczenie).

Streszczenie

I. Wstęp. O logometryi mogącej.

1. Logika i matematyka.

Jakkolwiek rozbieżne mogą być i są też zdania co do przedmiotu i wzajemnego stosunku logiki i matematyki, trudno chyba zaprzeczyć, że odwieczny, metodologiczny między naukami temi podział wytworzony był pierwotnie zakresem pojęcia ilości. Wyodrębnienie i przekazanie specyalnej nauce tej jednej, bardzo ogólnej co prawda, cechy zdawało się tem koniecznie uzasadniać potrzebę drugiej analogicznej specyalizacji, któraby przedewszystkiem, pomijając z zasady wszelkie ilościowe określenia, przedmiotem badania swego czyniła ogólne jakościowe między rzeczami relacje. Tożsamość atrybutów treści (essentiae τῆς οὐσίας, i bytu (esse rei τοῦ ὄντος) umożliwiała ~~tak~~ a priori ogólną naukę.[x)] ~~[illegible]~~

Jak każda specyalizacja, tak i ten sztuczny podział jednolitego w rzeczywistości przedmiotu przyniósł nam, obok wielkich ~~[illegible]~~ niewątpliwie korzyści, także i pewne niebezpieczeństwa. idące nie tyle w osobistych jednostronnościach kierunku- te bowiem samej się społecznie tępi wszechstronną gruntowność- ile raczej w skłonności umysłu ludzkiego do objektywizowania własnych sposobów i metodologicznych między niemi przegrodzeń. Powstają w ten sposób sztuczne ale niemniej szerokie ~~[illegible]~~ między naukami ~~[illegible]~~, u których zrywają się ważne niekiedy myślowe nawiązania. Źródło stamtąd, do reszty niemal uprawnych grzęd zbierają się szerokie szmaty ugoru.

2. Logika matematyczna.

Taki to nieuprawny ~~[illegible]~~ pas neutralnej ziemi przechował się zdawna wojem po dziś dzień na pograniczu obu naszych apriorycznych nauk. Jest to niemal miejsce przeznaczone dla logiki matematycznej.

a priori

niekiedy

x) Ob. pracę moją: „O poznaniu a priori" Lwów, Gubrynowicz i Schmidt 1918

Znaczenie słowa tego wydaje się zupełnie jasnem. Jeżeli przez „matematyczną jakość", „matematyczną astronomię" itp. rozumiemy ścisłe nauki tych dziedzin, t.zn. te, które obok jakościowej uwzględniają też i ilościową stronę badanych przez siebie zjawisk, tedy słowo „matematyczna logika" nie może z natury rzeczy nic innego oznaczać jak tylko naukę czysto ogólną, formalną, zakresie to samo, co tamte nauki o swoich specyficznych częściowych zakresach, t.zn. naukę ogółu, która uwzględniałaby obok jakościowej także i ilościową stronę owych ogólnych atrybutów, (w szczególności bytu, istoty itd.) a przy tym dla wszystkich szczególnych wypadków nauk pewne ogólno- relacyjne prawa i wzory.

§ 3. Logistyka.

Nie daje się stosować tutaj ani tradycyjna, znaki [illegible] służąca się nauka poprawnego rozumowania ani też, świadomie twierdzić, nowoczesna, algebraiczna jej postać. Elle ignore la distinction des [illegible] et [illegible] sur la suggestion Couturat x) przy tym jest ten sposób logiki [illegible] do znaczenia wielkiej ale formalnej tylko inwencji. Zarzut, mimo wszystkie za i przeciw różnice, na klasycznej, sjunktywnej ideologii logistyka nowoczesna przyznaje treściowo albo pełny byt albo pełny nie-byt, ograniczając w ten sposób siłę, ogromną rzeczywistości dziedzinę pośrednich stopni prawdopodobieństwa czyli ogólniej mówiąc, stopni bytu, dla których logika klasyczna w pojęciu niektórości i nieokreśloności ogólnikowo [illegible] posiadała określenia. Dobrowolne to ograniczenie musiało z natury rzeczy odebrać oparte na nim schematowi ciągłość, którą posiada świat rzeczywisty a [illegible] z ciągłością i zastosować do ujęcia ogólnych [illegible] - zjawiskowych relacyi w jeden jednolity system słowa. xx)

x) Couturat. „L'algèbre de la logique".

xx) Ob. pracę moją: „O podstawach myślenych logicznych" Kraków, Gabryszewski 1918

§ 4. Nomografia.

Znacznie ogólniej ujmuję sprawę owe „nomograficzne" metody, za pomocą których nowoczesne nauki doświadczalne starają się ustalać *a posteriori*, na podstawie statystycznych dat, istnienie, rodzaj i ścisłość zachodzących między zjawiskami związków czyli „korrelacji". Formuły Galtona, Pearsona, Youle'a należą już bezsprzecznie do zakresu „logiki matematycznej", która też niewątpliwie prędzej czy później na tem myślowem rozwinęłaby się podłożu. Na razie są to luźne jedynie fragmenty nie zorjentowane wobec całokształtu formalnej naszej wiedzy, nieświadome, rzekłbyś, własnej swej epistemologicznej doniosłości. Brak tu jeszcze wspólnej dedukcyjnej podstawy t.zn. *ogólnego* jakiegoś *wzoru zależności*, któryby pozwolił nam ująć w jeden jednolity a ścisły system wszystkie „logiczne" (t.zn. ogólne) związki i zależności między zjawiskami związki i stosunki.

§ 5. Funkcya hipotetyczna.

Czy formuła taka jest możliwą? Sądzę że tak i że ją znalazłem. Na to, ta „funkcya hipotetyczna" tworzy wspóny jakoby i jednolity kręgosłup nowej, jakościowo- ilościowej logiki, którą pozwoliłem sobie nazwać „logometryką" a z której nietylko cała klasyczna i algebraiczna logika drogą prostych podstawień jako specyalne wyodrębnią się wypadki, ale nadto i wiele innych, ogólniejszych znaczenie prawd, które z natury rzeczy w ciasnych ramach dysjunkcyi: „tak - nie" pomieścić się nie mogły. A nie braknie też i całego szeregu tradycyjnych i niewzruszonych rzekomo praw i reguł, o których przekonamy się, że ważność ich nie w *przedmiocie* samym ma swe uzasadnienie ale w jednostronnym,

topologiczną niejako sposobie ujmowania rzeczy,
z którą zaciągnęła też uwagi.

Ciągłość biontetycznej funkcji etc.etc.

II

Funkcya zdaniowa.

Nowoczesne pojęcie funkcyi.

W logice współczesnej pierwszorzędną odgrywają rolę dwa równie nowe jak zasadnicze pojęcia: „zmiennej" i „funkcyi zdaniowej". Zapożyczone z matematycznej terminologii, w matematoidalnych wyrażane symbolach, zdają się one być tym dawno poszukiwanym pomostem który ~~[illegible]~~ łączyć by miał ze sobą a może nawet w ideową spajać ~~[illegible]~~ jedność obie nasze aprioryczne dyscypliny. Niestety przy bliższem rozpatrzeniu nasuwają się w tym kierunku bardzo poważne wątpliwości. Stwierdzić, że dzisiejsze logiczne pojęcie „funkcyi", nie godząc w sedno rzeczy a po części wręcz ~~[illegible]~~ w analogie, prawa to właśnie niejasność ma, od wielu lat raczej niż zbliżyło do uprawnionej logiczno - matematycznej syntezy.

Brak miejsca nie pozwala mi niestety przedstawić tu ciągnących się gromadnie ~~[illegible]~~ [illegible] nieścisłości, zarzuca się przecie bezprawnemu ~~[illegible]~~ użyciu, przy gorszej dwuznaczności słowa „funkcya" tak z gruntu różnych logicznych tworów jak wyrażenie a wyraz, zdanie łączne a roboczne, sąd wydany a przedstawiony, stwierdzenie a hipotetyczna fakta, jednem słowem: zmienna z jednej strony a ~~[illegible]~~ z drugiej. x)

Pomijając tedy krytykę, przejdę odrazu ~~[illegible]~~ do przedstawienia innej zgoła, prawdziwszej, jak sądzę, ~~[illegible]~~ a o ile wiem, nowej teorji t.zw. „funkcyi zdaniowych."

---

x) Początek fatalnemu nieporozumieniu dał, o ile wiem, Frege („Funktion und Begriff" Jena „Begriffsschrift") stawiając ~~[illegible]~~ równorzędnie obok siebie ~~[illegible]~~ istotne symbole równości, względ. nierówności a ~~[illegible]~~ operacyjne) znaki ~~[illegible]~~ dodawania, ~~[illegible]~~ itd. Tego błędu ~~[illegible]~~ stało się ~~[illegible]~~ słowo „[illegible]" raz w [illegible]wem, drugi raz w [illegible] użyte [illegible]").

XI Funkcya zdaniowa.

§ Nowoczesne pojęcie funkcyi.

W logice współczesnej [illegible] odgrywają rolę [illegible] pojęcia: „zmiennej" i „funkcyi zdaniowej". Zarówno z [illegible] nej terminologii, w [illegible] symbolach, zwią się one [illegible] tym [illegible] łączyć by [illegible] się [illegible] jednak obie nasze umiarowane dyscypliny. [illegible] przy tym [illegible] rozpatrzeniu na [illegible] [illegible] tliwości. [illegible] [illegible] że [illegible] funkcyi, nie [illegible] w sedno rzeczy [illegible] [illegible] logiki, przez tę właśnie niejasność [illegible] bardziej niż zbliżyło do upragnionej logiczno - [illegible] [illegible].

Brak miejsca nie pozwala mi niestety przedstawić tu czasowych [illegible] rezultatów, z których [illegible] dziś nasze rzeczy, zwraca się [illegible] rawnemu [illegible] [illegible], przy pomocy [illegible] pojęcia [illegible] z gruntu różnych logicznych tworów jak [illegible] a wyrazu, zdanie główne a poboczne, sąd wydany [illegible], stwierdzenie a hipoteza faktu, jednem słowem [illegible] funkcyonalne z jednej strony a [illegible] funkcya zdaniowa z drugiej.xx)

Porzucając tedy [illegible], przejdę odrazu [illegible] z powodu niemożności [illegible], do przedstawienia innej zgoła, prawdziwszej, jak sądzę, [illegible] a o ile wiem, nowej teorii [illegible] „funkcyi zdaniowych."

[mylnych definicyi] „zdania"xx) i

„funkcyi"

---

xx) Początek fatalnemu nieporozumieniu dał, o ile wiem, Frege („Funktion und Begriff" Jena [illegible] „Begriffsschrift" [illegible]) stawiając [illegible] równocześnie obok siebie samoistne symbole równości (wzgl. nierówności) [illegible] faktów matematycznych (funkcyonalne) (operacyjne) znaki [illegible] dodawania, [illegible], mnożenia etc. Powstałem błędu [illegible] stało się [illegible] słowo „prawdziwość" raz w liczbowem, drugi raz w egzystencjalnem [illegible] (Wahrheitswert")

Leon Reich, adw. lwowski

miał w ~~maju~~ ~~29/4~~ 3/5
maja odwagę w Odbit
Polaków odbyć o ~~[illegible]~~
~~pułk~~ Odlatał w ch
do Żydów, o nieszczęśliwych
chciał zabrany
bandyty nie, pozostał
~~[illegible]~~ On jest przyjacielem
Stepnya wydawcy Ma
samo-obr. Mec. Gil. Fy I.
(Brat Ad. Reicha). On
skłonny Jeży. Utrzymuje
z Wilsonem przez I ch
zabrane z Waszyngtonu
Kilka tys. nabył z nimi
nie dużo gazet
80.000 emigr.
3/4 z żydami
On ich wprowadził.
Mam nadzieję – wkrótce do
obr. interwiew ang. fran
belg. i inny do wyjaśnienia

41